การทดสอบสำหรับตัวอย่าง 2 ชุด ที่เป็นอิสระกัน (ต่อ)

208348 : สถิตินอนพาราเมตริก

โดย... ผศ. ดร. สุคนธ์ ประสิทธิ์วัฒนเสรี
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Outline

- Two independent samples
- การทดสอบเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของฟิชเชอร์ (Fisher exact test)
- การทดสอบไคสแควร์ (Chi-square test)
- การทดสอบมัธยฐาน (Median test)
- การทดสอบของแมน-วิทนีย์ (Mann-Whitney test)
- **การทดสอบของโคโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov test)**
- การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส (Cramer-von Mises test)
- การทดสอบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์ (Wald-Wolfowitz runs test)
- การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)

การทดสอบของโคโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov test)

- ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดเรียงลำดับ อันตรภาค และอัตราส่วน
- ใช้เปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงระหว่างข้อมูล 2 ชุด

3

Kolmogorov-Smirnov test

- **ข้อมูล**
  - 2 independent samples

กลุ่ม 1	**กลุ่ม 2**
$X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n$	$X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_m$

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์
    - เรียงข้อมูลทั้งหมดจากน้อย -> มาก

4

Kolmogorov-Smirnov test

- **ข้อสมมติ**
  - ตัวอย่างเป็นตัวอย่างสุ่ม
  - ข้อมูลทั้ง 2 ชุดต้องเป็นอิสระกัน
  - มาตรวัดอย่างน้อยต้องเป็นมาตรเรียงลำดับ
  - ค่าของการทดสอบนี้จะถูกต้องแน่นอน (exact) ถ้าตัวแปรที่ใช้เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

5

Kolmogorov-Smirnov test

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  - **การทดสอบ 2 ทาง (2 tailed test)**

    $H_0 : F(X) = G(X)$ vs. $H_1 : F(X) \neq G(X)$
  - **การทดสอบทางเดียวด้านมาก**

    $H_0 : F(X) = G(X)$ vs. $H_1 : F(X) > G(X)$
  - **การทดสอบทางเดียวด้านน้อย**

    $H_0 : F(X) = G(X)$ vs. $H_1 : F(X) < G(X)$

F(X) คือ Distribution function ของกลุ่ม 1

G(X) คือ Distribution function ของกลุ่ม 2

6

Kolmogorov-Smirnov test

- **ตัวสถิติทดสอบ**

<u>กรณีทำการทดสอบ 2 ทาง</u>

$$\boxed{T_1 = \sup_x |S_1(x) - S_2(x)| = \max_x |S_1(x) - S_2(x)|}$$

โดย

$S_1(x)$ = empirical cumulative distribution function ของกลุ่ม 1

= สัดส่วนของค่าสังเกตกลุ่มที่ 1 ที่มีค่า $\leq x$

$S_2(x)$ = empirical cumulative distribution function ของกลุ่ม 2

= สัดส่วนของค่าสังเกตกลุ่มที่ 2 ที่มีค่า $\leq x$

7

Kolmogorov-Smirnov test

- **ตัวสถิติทดสอบ**

<u>กรณีทำการทดสอบทางเดียวด้านมาก (H_1: F(X) > G(X))</u>

$$\boxed{T_1^+ = \sup_x [S_1(x) - S_2(x)]}$$

<u>กรณีทำการทดสอบทางเดียวด้านน้อย (H_1: F(X) < G(X))</u>

$$\boxed{T_1^- = \sup_x [S_2(x) - S_1(x)]}$$

8

Kolmogorov-Smirnov test

ตัวอย่าง การคำนวณค่า $S(x)$ และ T

กลุ่ม 1: **5.3 5.9 6.1 6.4 6.5**

กลุ่ม 2: **5.7 5.8 6.0 6.2 6.3**

เรียงข้อมูล:	5.3	5.7	5.8	5.9	6.0	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5
$S_1(x)$:	1/5	1/5	1/5	2/5	2/5	3/5	3/5	3/5	4/5	1
$S_2(x)$:	0	1/5	2/5	2/5	3/5	3/5	4/5	1	1	1
$\|S_1(x)-S_2(x)\|$:	1/5	0	1/5	0	1/5	0	1/5	2/5	1/5	0

$$T = \max_x |S_1(x) - S_2(x)| = 2/5$$

9

Kolmogorov-Smirnov test

- **เขตวิกฤต** ระดับนัยสำคัญ α

  n = จำนวนตัวอย่างกลุ่ม 1, m = จำนวนตัวอย่างกลุ่ม 2

  เขตวิกฤต : $T > W_{1-\alpha}$

  - **กรณีตัวอย่างขนาดเล็ก**

    จะหาค่าวิกฤต W_{1-p} จาก

    - ตาราง 16 (หน้า 39) เมื่อ $n = m$
    - ตาราง 17 (หน้า 40) เมื่อ $n \neq m$

  - **กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่**

    หาค่า $W_{1-\alpha}$ จากสูตรท้ายตาราง 16 และ 17

10

Table 16 : Quantiles of the Smirnov Test (หน้า 39) เมื่อ n = m

One-Sided Test	p=.90	.95	.975	99	.995
Two-Sided Test	p=.80	.90	.95	.89	.99
n = 3	2/3	2/3			
4	3/4	3/4	3/4		
5	3/5	3/5	4/5	4/5	4/5
...	...	...	...	...	...
40	9/40	10/40	12/40	13/40	14/40
For n > 40	$1.52/\sqrt{n}$	$1.73/\sqrt{n}$	$1.92/\sqrt{n}$	$2.15/\sqrt{n}$	$2.30/\sqrt{n}$

ที่ α = .05 ที่ n = 5

$W_{1-\alpha} = W_{.95}$ = 4/5 สำหรับการทดสอบสองทาง

= 3/5 สำหรับการทดสอบทางเดียว

11

Table 17 : Quantiles of the Smirnov Test (หน้า 40) เมื่อ n $\neq$ m

One-Sided Test		p=.90	.95	.975	99	.995
Two-Sided Test		p=.80	.90	.95	.89	.99
N_1 = 1	N_2 = 9	17/18				
	10	9/10				
N_1 = 2	N_2 = 3	5/6				
	4	3/4				
	5	4/5	4/5			
	...	...	...	...	...	...
N_1 =16	N_2 =20	27/80	31/80	17/40	19/40	41/80
Large-sample		$1.07\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.22\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.36\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.52\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.63\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$

12

Kolmogorov-Smirnov test

- **การตัดสินใจ**

  จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า T_{cal} ที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต

13

ตัวอย่าง 6

ตัวอย่างสุ่มขนาด 9 จากประชากรชุดที่หนึ่ง และตัวอย่างสุ่มขนาด 15 จากประชากรชุดที่สอง

กลุ่ม 1	7.6 8.4 8.6 8.7 9.3 9.9 10.1 10.6 11.2
กลุ่ม 2	5.2 5.7 5.9 6.5 6.8 8.2 9.1 9.8 10.8 11.3 11.5 12.3 12.5 13.4 14.6

ให้ทดสอบสมมติฐานว่าประชากรทั้ง 2 ชุด มีฟังก์ชันการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

- พิจารณาลักษณะข้อมูล
  - เป็นข้อมูล 2 ชุดที่เป็นอิสระกัน (ได้มาจากปชก.คนละกลุ่ม)
  - ข้อมูลอยู่ในมาตรวัดสูงกว่ามาตรเรียงลำดับ
  - ต้องการเปรียบเทียบฟังก์ชันการแจกแจงข้อมูล 2 ชุดเหมือนกันหรือไม่

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  H_0 : การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเหมือนกัน or $F(X) = G(X)$

  H_1 : การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มไม่เหมือนกัน or $F(X) \neq G(X)$

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $T_{cal} = \max_x |S_1(x) - S_2(x)|$ $= 2/5 = 0.4$

เรียงข้อมูล	5.2	5.7	5.9	6.5	6.8	7.6	8.2	8.4	8.6	8.7	9.1	9.3
$S_1(x)$	0	0	0	0	0	1/9	1/9	2/9	3/9	4/9	4/9	5/9
$S_2(x)$	1/15	2/15	3/15	4/15	5/15	5/15	6/15	6/15	6/15	6/15	7/15	7/15
$\vert S_1(x)-S_2(x)\vert$	1/15	2/15	3/15	4/15	5/15	2/9	13/45	8/45	1/15	2/45	1/45	4/45

เรียงข้อมูล	9.8	9.9	10.1	10.6	10.8	11.2	11.3	11.5	12.3	12.5	13.4	14.6
$S_1(x)$	5/9	6/9	7/9	8/9	8/9	1	1	1	1	1	1	1
$S_2(x)$	8/15	8/15	8/15	8/15	9/15	9/15	10/15	11/15	12/15	13/15	14/15	1
$\vert S_1(x)-S_2(x)\vert$	1/45	2/15	11/45	16/45	13/45	2/5	1/3	4/15	1/5	2/15	1/15	0

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  H_0 : การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเหมือนกัน or $F(X) = G(X)$

  H_1 : การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มไม่เหมือนกัน or $F(X) \neq G(X)$

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $T_{cal} = 0.4$

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$

  ทดสอบ 2 ทาง, n = 9, m = 15 ใช้ตาราง Smirnov test

  ดังนั้น $W_{1-\alpha} = W_{.95} = 8/15 = 0.53$

  เขตวิกฤต คือ $T > 0.53$

- **สรุปผล**

  จาก T_{cal} ไม่ตกในเขตวิกฤต จึง **Accept H_0** นั่นคือ

  ที่ $\alpha = 0.05$ การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเหมือนกัน

16

Outline

- Two independent samples
- การทดสอบเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของฟิชเชอร์ (Fisher exact test)
- การทดสอบไคสแควร์ (Chi-square test)
- การทดสอบมัธยฐาน (Median test)
- การทดสอบของแมน-วิทนีย์ (Mann-Whitney test)
- การทดสอบของโคโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov test)
- **การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส (Cramer-von Mises test)**
- การทดสอบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์ (Wald-Wolfowitz runs test)
- การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)

การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส (Cramer-von Mises test)

- ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดเรียงลำดับ อันตรภาค และอัตราส่วน
- ใช้เปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงระหว่างข้อมูล 2 ชุด
- คล้ายกับ Kolmogorov-Smirnov test

การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส

- **ข้อมูล**
  - 2 independent samples

<u>กลุ่ม 1</u>	**<u>กลุ่ม 2</u>**
X_1, X_2, …, X_n	X_1, X_2, …, X_m

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์
    - เรียงข้อมูลทั้งหมดจากน้อย -> มาก

19

การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส

- **ข้อสมมติ**
  - ตัวอย่างเป็นตัวอย่างสุ่ม
  - ข้อมูลทั้ง 2 ชุดต้องเป็นอิสระกัน
  - มาตรวัดอย่างน้อยต้องเป็นมาตรเรียงลำดับ
  - ค่าของการทดสอบนี้จะถูกต้องแน่นอน (exact) ถ้าตัวแปรที่ใช้เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

20

การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส

- **สมมติฐานทางสถิติ**

H_0 : F(X) = G(X)

H_1 : F(X) $\neq$ G(X)

F(X) คือ Distribution function ของกลุ่ม 1

G(X) คือ Distribution function ของกลุ่ม 2

21

การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส

- **ตัวสถิติทดสอบ**

กรณีทำการทดสอบ 2 ทาง

$$\boxed{T_2 = \frac{nm}{(n+m)^2} \sum_{x=x_i} [S_1(x) - S_2(x)]^2}$$

โดย

$S_1(x)$ =สัดส่วนของค่าสังเกตกลุ่มที่ 1 ที่มีค่า $\leq$ x

$S_2(x)$ = สัดส่วนของค่าสังเกตกลุ่มที่ 2 ที่มีค่า $\leq$ x

n = จำนวนตัวอย่างกลุ่ม 1

m = จำนวนตัวอย่างกลุ่ม 2

22

การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส

- **เขตวิกฤต** ระดับนัยสำคัญ α

  เขตวิกฤต : $T > W_{1-\alpha}$

  โดยหาค่าวิกฤต $W_{1-\alpha}$ จาก

$W_{.10} = 0.046$	$W_{.20} = 0.062$	$W_{.30} = 0.079$
$W_{.40} = 0.097$	$W_{.50} = 0.119$	$W_{.60} = 0.147$
$W_{.70} = 0.184$	$W_{.80} = 0.241$	$W_{.90} = 0.347$
$W_{.95} = 0.461$	$W_{.99} = 0.743$	$W_{.999} = 1.168$

- **การตัดสินใจ**

  จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า T_{cal} ที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต

23

ตัวอย่าง 7

จากตัวอย่างที่ 6 ให้ทดสอบว่า F(x) = G(x) หรือไม่ โดยใช้การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  $H_0 : F(X) = G(X)$

  $H_1 : F(X) \neq G(X)$

- **ตัวสถิติทดสอบ**

$$T_2 = \frac{nm}{(n+m)^2} \sum_{x=x_i} [S_1(x) - S_2(x)]^2 = 0.26$$

$[S_1(x)-S_2(x)]^2$	$(1/15)^2$ $(2/15)^2$ $(3/15)^2$ $(4/15)^2$ $(5/15)^2$ $(2/9)^2$ $(13/45)^2$
	$(8/45)^2$ $(1/15)^2(2/45)^2$ $(1/45)^2$ $(4/45)^2$ $(1/45)^2$ $(2/15)^2$
	$(11/45)^2$ $(16/45)^2$ $(13/45)^2$ $(2/5)^2$ $(1/3)^2$ $(4/15)^2$
	$(1/5)^2$ $(2/15)^2$ $(1/15)^2$ 0

$\sum [S_1(x) - S_2(x)]^2 = 1.116$

24

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  H_0 : การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเหมือนกัน or $F(X) = G(X)$

  H_1 : การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มไม่เหมือนกัน or $F(X) \neq G(X)$
- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $T_{cal} = 0.26$
- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$

  ทดสอบ 2 ทาง, ดังนั้น $W_{1-\alpha} = W_{.95} = 0.46$

  เขตวิกฤต คือ T > 0.463
- **สรุปผล**

  จาก T_{cal} ไม่ตกในเขตวิกฤต จึง **Accept H_0** นั่นคือ

  ที่ α = 0.05 การแจกแจงข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเหมือนกัน

25

Outline

- Two independent samples
- การทดสอบเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของฟิชเชอร์ (Fisher exact test)
- การทดสอบไคสแควร์ (Chi-square test)
- การทดสอบมัธยฐาน (Median test)
- การทดสอบของแมน-วิทนีย์ (Mann-Whitney test)
- การทดสอบของโคโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov test)
- การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส (Cramer-von Mises test)
- **การทดสอบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์ (Wald-Wolfowitz runs test)**
- การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)

26

การทดสอบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์ (Wald-Wolfowitz runs test)

- ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดเรียงลำดับ อันตรภาค และอัตราส่วน
- ใช้เปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงระหว่างข้อมูล 2 ชุด
- สามารถประยุกต์ใช้เปรียบเทียบค่าแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง และค่าความแปรปรวน ระหว่างข้อมูล 2 ชุดได้

27

Wald-Wolfowitz runs test

- **ข้อมูล**
  - 2 independent samples

กลุ่ม 1	**กลุ่ม 2**
$X_1, X_2, \ldots, X_n$	$Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์
    - เรียงข้อมูลทั้งหมดจากน้อย -> มาก
    - นับจำนวนรันส์ (runs) หรือจำนวนครั้งที่ค่า X มีค่าติดกัน และค่า Y มีค่าติดกัน
    - ในกรณีที่เกิดค่า Tied ให้เรียงข้อมูลทุกกรณีเพื่อหา $runs_{max}$ กับ $runs_{min}$

28

Wald-Wolfowitz runs test

<u>ตัวอย่าง</u> การเตรียมข้อมูล

X	:	12	8	11	13	15	7	18
Y	:	10	15	16	5	19	17	9

เรียงข้อมูล:	5	7	8	9	10	11	12
Runs :	1	2		3		4	

เรียงข้อมูล:	13	15	15	16	17	18	19
Runs :				5		6	7

เรียงข้อมูล:	13	15	15	16	17	18	19
Runs :		5	6	7		8	9

Wald-Wolfowitz runs test

- **ข้อสมมติ**
  - ข้อมูลทั้ง 2 ชุดต้องเป็นอิสระกัน
  - มาตรวัดอย่างน้อยต้องเป็นมาตรเรียงลำดับ
- **สมมติฐานทางสถิติ**

H_0 : F(X) = G(X)

H_1 : F(X) $\neq$ G(X)

F(X) คือ Distribution function ของกลุ่ม 1

G(X) คือ Distribution function ของกลุ่ม 2

30

Wald-Wolfowitz runs test

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $\boxed{T = \text{จำนวนรันส์ทั้งหมด}}$

  กรณีเกิดค่า Tied

  $\boxed{T = (\text{จำนวนรันส์สูงสุด} + \text{จำนวนรันส์ต่ำสุด})/2}$

31

Wald-Wolfowitz runs test

- **เขตวิกฤต** ระดับนัยสำคัญ α

  เขตวิกฤต : $T < W_{\alpha}$

  โดยหาค่าวิกฤต W_p
  - กรณีตัวอย่าง n และ m $\leq$ 20

    ใช้ตาราง Wald-Wolfowitz (ตาราง 3 หน้า 18)
  - กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่

$$W_p = \frac{2nm}{m+n} + 1 + [Zp.\sqrt{\frac{2nm(2nm-m-n)}{(m+n)^2(m+n-1)}}]$$

- **การตัดสินใจ**

  จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า T_{cal} ที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต

32

Table 3 : Quantiles of the Wald-Wolfowitz Total

N_1	N_2	$w_{.005}$	$w_{.01}$	$w_{.025}$	…	$w_{.995}$
…						
5	5	-	3	3	…	-
	8	3	3	4	…	-
	11	4	4	5	…	-
	14	4	4	5	…	-
	17	4	5	5	…	-
	…					
20	20	13	14	15	…	29

For n or m greater than 20

$$w_p = \frac{2mn}{m+n} + 1 + z_p \sqrt{\frac{2mn(2mn-m-n)}{(m+n)^2(m+n-1)}}$$

ที่ n = 8, m = 14 และ α = 0.05 จงหา W_α = $W_{0.05}$ = 8

33

ตัวอย่าง 8

ในระหว่างช่วงหยุดพัก 15 นาที เพื่อให้เล่น 2 ช่วง เด็กชายและเด็กหญิงอายุ 4 ขวบ กลุ่มละ 12 คน ถูกสังเกตลักษณะก้าวร้าว โดยบันทึกเป็นคะแนนสำหรับเด็กแต่ละคนดังนี้

เด็กชาย	86	69	72	65	113	65	118	45	141	104	41	50
เด็กหญิง	55	40	22	7	16	58	9	16	26	36	20	15

ให้ทดสอบสมมติฐานว่าเด็กทั้ง 2 กลุ่ม มีความแตกต่างกันในลักษณะของการก้าวร้าวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

34

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  $H_0 : F(X) = G(X)$
  $H_1 : F(X) \neq G(X)$

- **ตัวสถิติทดสอบ**
  T_{cal}= จำนวนรันส์
  = 4

7 9 15 16 16 20 22 26 36 40 41 45 50
55 58 65 65 69 72 86 104 113 118 141

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$
  ทดสอบ 2 ทาง, n = m = 12, ดังนั้น $W_\alpha = W_{.05} = 8$
  เขตวิกฤต คือ T < 8

- **สรุปผล**
  จาก T_{cal} ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ
  ที่ α = 0.05 เด็กชายและเด็กหญิงก้าวร้าวแตกต่างกัน

35

Outline

- Two independent samples
- การทดสอบเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของฟิชเชอร์ (Fisher exact test)
- การทดสอบไคสแควร์ (Chi-square test)
- การทดสอบมัธยฐาน (Median test)
- การทดสอบของแมน-วิทนีย์ (Mann-Whitney test)
- การทดสอบของโคโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov test)
- การทดสอบของคาแมร์-ฟอนมิส (Cramer-von Mises test)
- การทดสอบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์ (Wald-Wolfowitz runs test)
- **การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)**

36

Fisher Randomization Test

- จุดเด่น
  - ใช้เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐาน
  - เป็นการทดสอบที่พิจารณาทั้ง "ทิศทาง" และ "ขนาด" ของความแตกต่างในแต่ละคู่
  - ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดอันตรภาค และอัตราส่วน
  - ใช้ได้กับข้อมูลที่มีค่าต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง
  - มีกำลังในการทดสอบสูง แม้ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก
- จุดด้อย
  - การคำนวณค่าวิกฤตยุ่งยากมาก

37

Fisher Randomization Test

- **ข้อมูล**
  - 2 independent samples

กลุ่ม 1	**กลุ่ม 2**
$X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n$	$Y_1,\ Y_2,\ \ldots,\ Y_m$

38

Fisher Randomization Test

- **ข้อสมมติ**
  - ตัวอย่างเป็นตัวอย่างสุ่ม
  - ข้อมูลทั้ง 2 ชุดต้องเป็นอิสระกัน
  - มาตรวัดอย่างน้อยต้องเป็นมาตรอันตรภาค
  - ฟังก์ชันการแจกแจงของประชากรทั้ง 2 ชุด เหมือนกัน

39

Fisher Randomization Test

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  $H_0 : E(X) = E(Y)$

  $H_1 : E(X) \neq E(Y)$

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  T_2 = ผลรวมของค่าสังเกต $X = \sum X_i$

40

Fisher Randomization Test

- **เขตวิกฤต** ระดับนัยสำคัญ α

  เขตวิกฤต : $T_2 < W_{\alpha/2}$ หรือ $T_2 > W_{1-\alpha/2}$

  - ขั้นตอนการประมาณค่าวิกฤต W_p
    - คำนวณตำแหน่งที่เกิดควอนไทล์ที่ p -> $\binom{n+m}{n}p$ (ปัดเศษขึ้นเสมอ)
    - กำหนดค่าที่เป็นไปได้ของข้อมูลในกลุ่มที่ 1 (**ขนาด = n**) โดยให้ได้ค่า T_2 ที่มีค่าจากน้อยสุด -> มาก จนถึงตัวที่ต้องการ
    - W_p = ค่า T_2 ที่ตำแหน่ง $\binom{n+m}{n}p$

X	6 1 7
Y	8 7 6 4

X	T_2
1 4 6_x	11
1 4 6_y	11
1 4 7_x	12
1 4 7_y	12

ทดลองคำนวณค่า $W_{0.10}$

- ตำแหน่งควอนไทล์ .1 -> $({}^{7}C_3).(.1) = 3.5 \sim 4$
- กำหนดค่าของ X ที่เป็นไปได้ ที่ทำให้ T_2 เรียงจากน้อยไปหามาก
- $W_{0.1}$ = ค่า T_2 ตัวที่ 4

$W_{0.1} = 12$

Fisher Randomization Test

- **การตัดสินใจ**

  จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า T_{cal} ที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต

43

ตัวอย่าง 11

- สมมุติมีตัวอย่างอิสระ 2 ชุด คือ

X	0	1	1	0	-2		
Y	6	7	7	4	-3	9	14

จงทดสอบว่า $E(X) = E(Y)$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

44

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  H_0 : E(X) = E(Y)

  H_1 : E(X) $\neq$ E(Y)

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $T_2 = \sum X_i$

  = 0+1+1+0-2 = 0

- **เขตวิกฤต** กำหนด α = 0.05

  ทดสอบ 2 ด้าน

  หาค่า $W_{\alpha/2}$ และ $W_{1-\alpha/2}$

  เขตวิกฤต คือ T<2

- **สรุปผล**

  จาก T_2 ตกในเขตวิกฤต

  จึง **Reject H_0**

X	0 1 1 0 -2
Y	6 7 7 4 -3 9 14

$W_{\alpha/2} = W_{0.025}$

= ค่า T_2 ที่ตำแหน่ง ${}^{12}C_5$.(.025) = 19.8 ~ 20

X	T_2	
-3 -2 0 0 1_1	-4	1
-3 -2 0 0 1_2	-4	2
-3 -2 0_1 1 1	-3	3
-3 -2 0_2 1 1	-3	4
…		…
-3 -2 0 0 7	2	20

$W_{\alpha/2} = W_{0.025} = 2$

ตัวอย่าง 12

- สมมุติมีตัวอย่างอิสระ 2 ชุด คือ

X	12	14	15	10	12
Y	15	17	16		

จงทดสอบว่า E(X) < E(Y) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  $H_0 : E(X) = E(Y)$

  $H_1 : E(X) < E(Y)$

X	12 14 15 10 12
Y	15 17 16

$W_\alpha = W_{0.10}$

= ค่า T_2 ที่ตำแหน่ง ${}^8C_5$.(.10) = 5.6 ~ 6

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $T_2 = \sum X_i$

  $= 12+14+15+10+12 = 63$

X	T_2
10 12 12 14 15_1	63
10 12 12 14 15_2	63
10 12 12 14 16	64
10 12 12 15 15	64
10 12 12 14 17	65
10 12 12 15 16	65

$W_\alpha = W_{0.10} = 65$

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.10$

  ทดสอบด้านเดียว

  หาค่า W_α

  เขตวิกฤต คือ $T < 65$

- **สรุปผล**

  จาก T_2 ตกในเขตวิกฤต

  จึง **Reject H_0**

47