การทดสอบสำหรับตัวอย่าง 2 ชุด ที่มีความสัมพันธ์กัน (ต่อ-II)

208348 : สถิตินอนพาราเมตริก

โดย ...ผศ. ดร. สุคนธ์ ประสิทธิ์วัฒนเสรี
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Outline

- Two related samples
- การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign test)
- การทดสอบการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญของแมคนีมาร์ (McNemar’s test)
- การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับของวิลคอกซอน (Wilcoxon signed-rank test)
- ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน
- การทดสอบการสุ่มของฟีชเชอร์ (Fisher randomization test)
- **การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับ**

2

การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับ

Outline

- เป้าหมาย
- ค่าสปส.สหสัมพันธ์แบบอันดับของสเปียร์แมน
  - สมมติฐานทางสถิติ
  - ตัวสถิติทดสอบ
  - เขตวิกฤต
  - การตัดสินใจและสรุปผล
- ค่าสปส.สหสัมพันธ์แบบอันดับของเคนดอล

3

การทดสอบสปส.สหสัมพันธ์แบบอันดับ

- เป้าหมายในการวิเคราะห์
  - ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดเรียงอันดับ อันตรภาค และอัตราส่วน
  - ใช้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว โดยคำนวณค่าสปส.สหสัมพันธ์
    - Spearman rank correlation coefficient
    - Kendall rank correlation coefficient

4

Spearman Rank Correlation Coefficient

- ข้อมูล
  - 2 related samples (X_i, Y_i)

Pairs	1	2	...	n
X	X_1	X_2	...	X_n
Y	Y_1	Y_2	...	Y_n

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์
    - กำหนดลำดับให้ตัวแปร X เขียนแทนด้วย R(X) โดย
      - $R(X_i) = 1$ ถ้า X_i มีค่าต่ำที่สุด
      - $R(X_i) = 2$ ถ้า X_i มีค่าถัดขึ้นไป

      ...
      - $R(X_i) = n$ ถ้า X_i มีค่าสูงสุด

      กรณีมีค่า X_i บางตัวเท่ากัน ให้ $R(X_i)$ = ค่าลำดับเฉลี่ย
    - กำหนดลำดับให้ตัวแปร Y เขียนแทนด้วย R(Y) เช่นเดียวกัน

5

Spearman Rank Correlation Coefficient

ตัวอย่าง การเตรียมข้อมูล

X	:	12	8	11	13	15	7	18
Y	:	10	10	16	5	19	17	9
R(X)	:	4	2	3	5	6	1	7
R(Y)	:	3.5	3.5	5	1	7	6	2

R(Y=10) = อันดับเฉลี่ย = (3+4)/2 = 3.5

6

Spearman Rank Correlation Coefficient

- ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อันดับของสเปียร์แมน (Spearman's rank correlation coefficient)
  - เขียนแทนด้วย r_s ($-1 \leq r_s \leq 1$)
  - เป็นค่าที่แสดงถึงขนาดความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่างตัวแปร X และ Y
  - ถ้าค่า r_s -> 1 แสดงว่า X กับ Y มีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างสมบูรณ์
  - ถ้าค่า r_s -> -1 แสดงว่า X กับ Y มีความสัมพันธ์กันเชิงลบอย่างสมบูรณ์
  - ถ้าค่า r_s -> 0 แสดงว่า X กับ Y มีความสัมพันธ์กันต่ำมาก

7

Spearman Rank Correlation Coefficient

- การคำนวณค่า r_s

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}\left[R(X_i) - R(Y_i)\right]^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)}$$

โดยที่ $R(X_i)$ = Rank ของ X_i

$R(Y_i)$ = Rank ของ Y_i

n = จำนวนข้อมูล

$D_i = R(X_i) - R(Y_i)$

8

Spearman Rank Correlation Coefficient

ตัวอย่าง

X	:	12	8	11	13	15	7	18
Y	:	12	8	11	13	15	7	18
R(X)	:	4	2	3	5	6	1	7
R(Y)	:	4	2	3	5	6	1	7
D	:	0	0	0	0	0	0	0

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)} = 1$$

9

Spearman Rank Correlation Coefficient

ตัวอย่าง

X	:	12	8	11	13	15	7	18	
Y	:	12	15	13	11	8	18	7	
R(X)	:	4	2	3	5	6	1	7	
R(Y)	:	4	6	5	3	2	7	1	
D	:	0	-4	-2	2	4	-6	6	
D^2	:	0	16	4	4	16	36	36	112

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 112}{7(7^2-1)} = 1 - 2 = -1$$

10

Spearman Rank Correlation Coefficient

- สมมติฐานทางสถิติ
  - การทดสอบ 2 ทาง (2 tailed test)

H_0 : X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์

H_1 : X และ Y มีความสัมพันธ์

หรือ $H_0 : \rho = 0$

$H_1 : \rho \neq 0$

ρ คือ ค่าสปส.สหสัมพันธ์ของประชากร (อ่านว่า rho)

11

Spearman Rank Correlation Coefficient

- สมมติฐานทางสถิติ (ต่อ)
  - การทดสอบทางเดียวด้านมาก

H_0 : X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์

H_1 : X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงบวก

หรือ $H_0 : \rho = 0$ (or $\rho \leq 0$) vs. $H_1 : \rho > 0$

  - การทดสอบทางเดียวด้านน้อย

H_0 : X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์

H_1 : X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงลบ

หรือ $H_0 : \rho = 0$ (or $\rho \geq 0$) vs. $H_1 : \rho < 0$

12

Spearman Rank Correlation Coefficient

- ตัวสถิติทดสอบ

$$\boxed{T = r_s}$$

- เขตวิกฤต
  - ที่ระดับนัยสำคัญ α และขนาดตัวอย่าง n
  - การทดสอบ 2 ทาง

    เขตวิกฤต : $T < W_{\alpha/2}$ หรือ $T > W_{1-\alpha/2}$
  - การทดสอบทางเดียวด้านมาก

    เขตวิกฤต : $T > W_{1-\alpha}$
  - การทดสอบทางเดียวด้านน้อย

    เขตวิกฤต : $T < W_{\alpha}$

13

Spearman Rank Correlation Coefficient

- เขตวิกฤต (ต่อ)
  - **ขั้นตอนการประมาณค่าวิกฤต W_p ($0 \le p \le 1$)**
    - กรณีตัวอย่างขนาดเล็ก ($n \le 30$)

      ค่า W_p หาได้จากตาราง Spearman (ตาราง 10 p.30)

      เมื่อ p = {.900, .950, .975, ..., .999}

      ส่วน $W_{1-p} = -W_p$
    - กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n > 30$)

      คำนวณค่า W_p จาก

$$W_p = \frac{Z_p}{\sqrt{n-1}}$$

14

Table 10 : Quantiles of the Spearman Test (p. 30)

n	p = .900	.950	.975	.990	.995	.999
4	.8000	.8000				
5	.7000	.8000	.9000	.9000		
6	.6000	.7714	.8286	.8857	.9429	
7	.5357	.6786	.7450	.8571	.8929	.9643
8	.5000	.6190	.7143	.8095	.8571	.9286
9	.4667	.5833	.6833	.7667	.8167	.9000
…	…	…	…	…	…	…
30	.2400	.3059	.3620	.4251	.4665	.5479

ที่ α = .05 สำหรับการทดสอบสองทาง ที่ n = 6

$W_{.975}$ = .8286

และ $W_{.025}$ = −.8286

15

ตัวอย่าง 11

ตารางต่อไปนี้แสดงอันดับของนักเรียน 10 คน ที่พิจารณาจากคะแนนภาคปฏิบัติ และคะแนนสอบปลายภาคในวิชาเกษตร ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง

คะแนนภาคปฏิบัติ X	:	8	3	9	2	7	10	4	6	1	5
คะแนนปลายภาค Y	:	9	5	10	1	8	7	3	4	2	6

จงคำนวณหาสปส.สหสัมพันธ์แบบอันดับ และทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าคะแนนภาคปฏิบัติและคะแนนสอบปลายภาคของนักเรียนโดยทั่ว ๆ ไปมีความสัมพันธ์กันในเชิงบวกหรือไม่

16

R(X)	:	8	3	9	2	7	10	4	6	1	5
R(Y)	:	9	5	10	1	8	7	3	4	2	6
D	:	-1	-2	-1	1	-1	3	1	2	-1	-1
D^2	:	1	4	1	1	1	9	1	4	1	1

24

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 24}{10(10^2-1)} = 0.8545$$

17

คำถาม : คะแนนภาคปฏิบัติ (X) และคะแนนสอบปลายภาค (Y) ของนักเรียนโดยทั่ว ๆ ไปมีความสัมพันธ์กันในเชิงบวกหรือไม่

ให้ ρ = สปส.สหสัมพันธ์ระหว่าง X กับ Y
นั่นคือ ต้องการทดสอบ $\rho > 0$?

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  $H_0 : \rho = 0$
  $H_1 : \rho > 0$
- **ตัวสถิติทดสอบ**
  $T_{cal} = r_s = 0.8545$ **[n = 10]**
- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$
  ทดสอบทางเดียวด้านมาก
  หาค่า $W_{1-\alpha}$ จากตาราง Spearman
  เขตวิกฤต คือ T > 0.5515
- **สรุปผล**
  จาก T_{cal} ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ
  ที่ $\alpha = 0.05$ คะแนนภาคปฏิบัติกับคะแนนสอบปลายภาคมีความสัมพันธ์เชิงบวก

18

ตัวอย่าง 12

ตารางต่อไปนี้เป็นข้อมูลแสดงส่วนสูงของพ่อกับลูกชายคนโต 12 คู่

ส่วนสูงพ่อ X : 65 63 67 64 68 62 70 66 68 67 69 71
ส่วนสูงลูก Y : 68 66 68 65 69 66 68 65 71 67 68 70

จงคำนวณหาสปส.สหสัมพันธ์แบบอันดับ และทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าส่วนสูงของพ่อกับส่วนสูงของลูกคนโตโดยทั่วไปมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

19

X	:	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
Y	:	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70
R(X)	:	4	2	6.5	3	8.5	1	11	5	8.5	6.5	10	12
R(Y)	:	7.5	3.5	7.5	1.5	10	3.5	7.5	1.5	12	5	7.5	11
D	:	-3.5	-1.5	-1.0	1.5	-1.5	-2.5	3.5	3.5	-3.5	1.5	2.5	1.0
D^2	:	12.25	2.25	1.00	2.25	2.25	6.25	12.25	12.25	12.25	2.25	6.25	1.00

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 72.5}{12(12^2-1)} = 0.7465$$

20

คำถาม : ส่วนสูงพ่อ (X) และส่วนสูงลูกชายคนโต (Y) โดยทั่ว ๆ ไปมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

ให้ ρ = สปส.สหสัมพันธ์ระหว่าง X กับ Y
นั่นคือ ต้องการทดสอบ $\rho \neq 0$?

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  $H_0 : \rho = 0$

  $H_1 : \rho \neq 0$

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $T_{cal} = r_s = 0.7465$ **[n = 12]**

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$

  ทดสอบ 2 ทาง

  หาค่า $W_{\alpha/2}$ และ $W_{1-\alpha/2}$ จากตาราง Spearman

  เขตวิกฤต คือ T > 0.5804 หรือ T < -0.5804

- **สรุปผล**

  จาก T_{cal} ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ

  ที่ $\alpha = 0.05$ ส่วนสูงพ่อกับส่วนสูงลูกชายคนโตมีความสัมพันธ์กัน

Kendall Rank Correlation Coefficient

- **ข้อมูล**
  - 2 related samples (X_i, Y_i)

Pairs	1	2	...	n
X	X_1	X_2	...	X_n
Y	Y_1	Y_2	...	Y_n

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ (ไม่จำเป็นต้องทำก็ได้)
    - กำหนดลำดับให้ตัวแปร X เขียนแทนด้วย R(X)
    - กำหนดลำดับให้ตัวแปร Y เขียนแทนด้วย R(Y)

22

Kendall Rank Correlation Coefficient

- ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อันดับของเคนดอล (Kendall's rank correlation coefficient)
  - เขียนแทนด้วย τ อ่านว่า tau $(-1 \leq \tau \leq 1)$
  - เป็นค่าที่แสดงถึงขนาดความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่างตัวแปร X และ Y

23

Kendall Rank Correlation Coefficient

- การคำนวณค่า τ

$$\tau = \frac{\text{Total actual score}}{\text{Total maximum possible score}}$$

$$= \frac{S}{{}^{n}C_{2}} = \frac{S}{n(n-1)/2} = \frac{2S}{n(n-1)}$$

โดยที่ S = Total actual score

n = จำนวนข้อมูล

24

Kendall Rank Correlation Coefficient

- การคำนวณค่า Total actual score (S)
  - จาก (X_i, Y_i) ให้ทำการเรียงลำดับค่าจากน้อยไปมาก (natural order) ของ X_i
  - ตรวจสอบ natural order ใน Y_i แต่ละค่า กับค่า Y_j ที่อยู่ลำดับถัดไปจนถึงลำดับที่ n คำนวณค่า
    - U_i = จำนวนครั้งที่ ($Y_i < Y_j$) เมื่อ j = i+1, i+2, ..., n
    - V_i = จำนวนครั้งที่ ($Y_i > Y_j$) เมื่อ j = i+1, i+2, ..., n
  - **$S = \sum(U_i - V_i)$**

25

Kendall Rank Correlation Coefficient

<u>ตัวอย่าง</u> สมมติมีเรียงความ 4 เรื่อง ถูกตัดสินโดยกรรมการ 2 คน ได้อันดับดังนี้

กรรมการ 1 (X)	:	3	4	2	1
กรรมการ 2 (Y)	:	3	1	4	2

เรียงค่า X	:	1	2	3	4
Y	:	2	4	3	1
U	:	2	0	0	-
V	:	1	2	1	-
U – V	:	**1**	**-2**	**-1**	**-**

S = -2

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2*(-2)}{4(4-1)} = -.33$$

26

Kendall Rank Correlation Coefficient

<u>ตัวอย่าง</u>

X	: 12	8	11	13	15	7	18
Y	: 12	8	11	13	15	7	18

เรียงค่า X	: 7	8	11	12	13	15	18	
Y	: 7	8	11	12	13	15	18	
U	: 6	5	4	3	2	1	-	
V	: 0	0	0	0	0	0	-	
U – V	: **6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**-**	**21**

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2*21}{7(7-1)} = 1.0$$

27

Kendall Rank Correlation Coefficient

<u>ตัวอย่าง</u>

X	: 12	8	11	13	15	7	18
Y	: 12	15	13	11	8	18	7

เรียง X	: 7	8	11	12	13	15	18	
Y	: 18	15	13	12	11	8	7	
U	: 0	0	0	0	0	0	-	
V	: 6	5	4	3	2	1	-	
U – V	: -6	-5	-4	-3	-2	-1	-	-21

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2*(-21)}{7(7-1)} = -1.0$$

28

Kendall Rank Correlation Coefficient

- **การคำนวณค่า S กรณี X_i มีค่า Tie**
  - คำนวณ S_{min}
    - จาก (X_i, Y_i) ให้ทำการเรียงลำดับค่า X_i จากน้อยไปมาก
    - สำหรับคู่ที่ X มีค่า Tie ให้เรียง Y จาก**มากไปน้อย**
    - ตรวจสอบ natural order ใน Y_i แต่ละค่า กับค่า Y_j ที่อยู่ลำดับถัดไปจนถึงลำดับที่ n คำนวณค่า

      U_i = จำนวนครั้งที่ $(Y_i < Y_j)$ เมื่อ j = i+1, i+2, ..., n

      V_i = จำนวนครั้งที่ $(Y_i > Y_j)$ เมื่อ j = i+1, i+2, ..., n
    - $S_{min} = \sum(U_i - V_i)$
  - คำนวณ S_{max}
    - จาก (X_i, Y_i) ให้ทำการเรียงลำดับ X_i จากน้อยไปมาก
    - สำหรับคู่ที่ X มีค่า Tie ให้เรียง Y จาก**น้อยไปมาก**
    - $S_{max} = \sum(U_i - V_i)$
  - **ค่าเฉลี่ยของ $S = (S_{min} + S_{max})/2$**

29

Kendall Rank Correlation Coefficient

ตัวอย่าง

X	:	5	6	7	**8**	**8**	**8**	9
Y	:	6	4	8	7	5	6	8

คำนวณ S_{max}

Y	:	6	4	8	**5**	**6**	**7**	8
U	:	3	5	0	3	2	1	-
V	:	2	0	3	0	0	0	-
U – V	:	1	5	-3	3	2	1	-

$S_{max} = 9$

30

Kendall Rank Correlation Coefficient

ตัวอย่าง

X	:	5	6	7	**8**	**8**	**8**	9
Y	:	6	4	8	7	5	6	8

คำนวณ S_{min}

Y	:	6	4	8	**7**	**6**	**5**	8
U	:	3	5	0	1	1	1	-
V	:	2	0	3	2	1	0	-
U – V	:	1	5	-3	-1	0	1	-

S_{min} = 3 ➡ **S = (3+9)/2 = 6**

31

Kendall Rank Correlation Coefficient

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  - การทดสอบ 2 ทาง (2 tailed test)

    $H_0 : \rho = 0$ vs. $H_1 : \rho \neq 0$

    ρ คือ ค่าสปส.สหสัมพันธ์ของ X กับ Y ในประชากร
  - การทดสอบทางเดียวด้านมาก

    $H_0 : \rho = 0$ (or $\rho \leq 0$) vs. $H_1 : \rho > 0$
  - การทดสอบทางเดียวด้านน้อย

    $H_0 : \rho = 0$ (or $\rho \geq 0$) vs. $H_1 : \rho < 0$

32

Kendall Rank Correlation Coefficient

- ตัวสถิติทดสอบ

  $\boxed{T = S}$

- เขตวิกฤต
  - ที่ระดับนัยสำคัญ α และขนาดตัวอย่าง n
  - การทดสอบ 2 ทาง

    เขตวิกฤต : $T < W_{\alpha/2}$ หรือ $T > W_{1-\alpha/2}$
  - การทดสอบทางเดียวด้านมาก

    เขตวิกฤต : $T > W_{1-\alpha}$
  - การทดสอบทางเดียวด้านน้อย

    เขตวิกฤต : $T < W_{\alpha}$

33

Kendall Rank Correlation Coefficient

- เขตวิกฤต (ต่อ)
  - ขั้นตอนการประมาณค่าวิกฤต W_p $(0 \leq p \leq 1)$
    - กรณีตัวอย่างขนาดเล็ก $(n \leq 40)$

      ค่า W_p หาได้จากตาราง Kendall (ตาราง 11 p.31-32)

      เมื่อ p = {.900, .950, .975, .990, .995}

      ส่วน $W_{1-p} = -W_p$
    - กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ $(n > 40)$

      คำนวณค่า W_p จาก

$$W_p = Z_p \sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}}$$

34

Table 11 : Quantiles of the Kendall Test (p. 31)

n	p = .900	.950	.975	.990	.995
4	4	4	6	6	6
5	6	6	8	8	10
6	7	9	11	11	13
7	9	11	13	15	17
8	10	14	16	18	20
9	12	16	18	22	24
…	…	…	…	…	…
30	73	93	109	129	143

ที่ α = .05 สำหรับการทดสอบสองทาง ที่ n = 6

$W_{.975} = 11$

และ $W_{.025} = -11$

35

ตัวอย่าง 11

ตารางต่อไปนี้แสดงอันดับของนักเรียน 10 คน ที่พิจารณาจากคะแนนภาคปฏิบัติ และคะแนนสอบปลายภาคในวิชาเกษตร ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง

คะแนนภาคปฏิบัติ X	:	8	3	9	2	7	10	4	6	1	5
คะแนนปลายภาค Y	:	9	5	10	1	8	7	3	4	2	6

จงคำนวณหาสปส.สหสัมพันธ์แบบอันดับ และทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าคะแนนภาคปฏิบัติและคะแนนสอบปลายภาคของนักเรียนโดยทั่ว ๆ ไปมีความสัมพันธ์กันในเชิงบวกหรือไม่

36

R(X) :	8	3	9	2	7	10	4	6	1	5
R(Y) :	9	5	10	1	8	7	3	4	2	6

เรียง R(X) :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R(Y) :	2	1	5	3	6	4	8	9	10	7
U :	8	8	5	6	4	4	2	1	0	-
V :	1	0	2	0	1	0	1	1	1	-
U – V :	7	8	3	6	3	4	1	0	-1	-

S = 31

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2*31}{10(10-1)} = 0.69$$

เทียบกับค่า r_s = 0.8545

37

คำถาม : คะแนนภาคปฏิบัติ (X) และคะแนนสอบปลายภาค (Y) ของนักเรียนโดยทั่ว ๆ ไปมีความสัมพันธ์กันในเชิงบวกหรือไม่

ให้ ρ = สปส.สหสัมพันธ์ระหว่าง X กับ Y
นั่นคือ ต้องการทดสอบ $\rho > 0$?

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  $H_0 : \rho = 0$
  $H_1 : \rho > 0$
- **ตัวสถิติทดสอบ**
  $T_{cal} = S = 31$ **[n = 10]**
- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$
  ทดสอบทางเดียวด้านมาก
  หาค่า $W_{1-\alpha}$ จากตาราง Kendall
  เขตวิกฤต คือ T > 19
- **สรุปผล**
  จาก T_{cal} ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ
  ที่ $\alpha = 0.05$ คะแนนภาคปฏิบัติกับคะแนนสอบปลายภาคมีความสัมพันธ์เชิงบวก

38

ตัวอย่าง 12

ตารางต่อไปนี้เป็นข้อมูลแสดงส่วนสูงของพ่อกับลูกชายคนโต 12 คู่

ส่วนสูงพ่อ X : 65 63 67 64 68 62 70 66 68 67 69 71
ส่วนสูงลูก Y : 68 66 68 65 69 66 68 65 71 67 68 70

จงคำนวณหาสปส.สหสัมพันธ์แบบอันดับ และทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าส่วนสูงของพ่อกับส่วนสูงของลูกคนโตโดยทั่วไปมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

39

X :	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
Y :	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

คำนวณ S_{max} = 36

เรียง X :	62	63	64	65	66	67	67	68	68	69	70	71
Y :	66	66	65	68	65	67	68	69	71	68	68	70
U :	8	8	8	3	7	6	3	2	0	1	1	-
V :	2	2	0	2	0	0	0	2	3	0	0	-
U – V :	6	6	8	1	7	6	3	0	-3	1	1	-

คำนวณ S_{min} = 32

เรียง X :	62	63	64	65	66	67	67	68	68	69	70	71
Y :	66	66	65	68	65	68	67	71	69	68	68	70
U :	8	8	8	3	7	3	5	0	1	1	1	-
V :	2	2	0	2	0	1	0	4	2	0	0	-
U – V :	6	6	8	1	7	2	5	-4	-1	1	1	-

- คำนวณค่า สปส.สหสัมพันธ์ของ Kendall

ค่าเฉลี่ย S = (32 + 36)/2 = 34

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2*34}{12(12-1)} = 0.51$$

เทียบกับค่า $r_s = 0.7465$

41

คำถาม : ส่วนสูงพ่อ (X) และส่วนสูงลูกชายคนโต (Y) โดยทั่ว ๆ ไปมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

ให้ ρ = สปส.สหสัมพันธ์ระหว่าง X กับ Y
นั่นคือ ต้องการทดสอบ $\rho \neq 0$?

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  $H_0 : \rho = 0$
  $H_1 : \rho \neq 0$

- **ตัวสถิติทดสอบ**
  T_{cal} = S = 34 **[n = 12]**

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$
  ทดสอบ 2 ทาง
  หาค่า $W_{\alpha/2}$ และ $W_{1 - \alpha/2}$ จากตาราง Kendall
  เขตวิกฤต คือ T > 28 หรือ T < -28

- **สรุปผล**
  จาก T_{cal} ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ
  ที่ $\alpha = 0.05$ ส่วนสูงพ่อกับส่วนสูงลูกชายคนโตมีความสัมพันธ์กัน