การทดสอบสำหรับตัวอย่าง 2 ชุด ที่มีความสัมพันธ์กัน (ต่อ)

208348 : สถิตินอนพาราเมตริก

โดย ...ผศ. ดร. สุคนธ์ ประสิทธิ์วัฒนเสรี
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Outline

- Two related samples
- การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign test)
- **การทดสอบการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญของแมคนีมาร์ (McNemar's test)**
- การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับของวิลคอกซอน (Wilcoxon signed-rank test)
- ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน
- การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)
- การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับ

2

การทดสอบการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญของแมคนีมาร์ (McNemar's test)

- จุดเด่น
  - ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดนามบัญญัติ
  - ใช้เปรียบเทียบความแตกต่างหรือความสอดคล้องระหว่างข้อมูล 2 ชุด

เช่น การเปรียบเทียบความเห็นของนักศึกษาต่อ (ร่าง) ระเบียบการแต่งกายของนักศึกษา ระหว่างก่อนและหลังเข้าร่วมประชุมรับฟังคำชี้แจงจากอธิการบดี

หลังเข้าร่วมประชุม

ก่อนเข้าร่วมประชุม		เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย
	เห็นด้วย	20	40
	ไม่เห็นด้วย	40	20

McNemar's Test

- ข้อมูล
  - 2 related samples (X_i, Y_i)

Pairs	1	2	...	n'
X	X_1	X_2	...	$X_{n'}$
Y	Y_1	Y_2	...	$Y_{n'}$

  - โดย ค่า X และ Y มักเขียนแทนด้วยรหัส 0, 1 และนำเสนอในรูปตารางการแจกแจงสองทาง หรือตารางการณ์จร (Contingency table)

Y

X		0	1
	0	a	b
	1	c	d

a = จำนวนคู่ที่ X=0, Y=0

b = จำนวนคู่ที่ X=0, Y=1

c = จำนวนคู่ที่ X=1, Y=0

d = จำนวนคู่ที่ X=1, Y=1

a + b + c + d = n'

McNemar’s Test

- **ข้อสมมุติ**
  - ตัวแปรแต่ละคู่ $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_{n'}, Y_{n'})$ เป็นอิสระกัน
  - ค่าตัวแปร X และ Y ต้องอยู่ในมาตรนามบัญญัติ
  - ลักษณะของ (X_i, Y_i) เป็นแบบนัยภายใน (internally consistent) นั่นคือ
    - หากกำหนดให้
      $P(X=0, Y=1) > P(X=1, Y=0)$ ทุกคู่ระหว่าง (X_i, Y_i) จะอยู่ภายใต้ลักษณะดังกล่าว
    - $P(X=0, Y=1) = P(X=1, Y=0)$ ทุกคู่ระหว่าง (X_i, Y_i) จะอยู่ภายใต้ลักษณะดังกล่าว
    - $P(X=0, Y=1) < P(X=1, Y=0)$ ทุกคู่ระหว่าง (X_i, Y_i) จะอยู่ภายใต้ลักษณะดังกล่าว

5

McNemar’s Test

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  - การทดสอบ 2 ทาง (2 tailed test)

    $H_0 : P(X_i=0, Y_i=1) = P(X_i=1, Y_i=0)$ สำหรับทุกคู่ i

    $H_1 : P(X_i=0, Y_i=1) \neq P(X_i=1, Y_i=0)$ สำหรับทุกคู่ i

    หรือ $H_0 : P(X=0) = P(Y=0)$

    $H_1 : P(X=0) \neq P(Y=0)$

    หรือ $H_0 : P(X=1) = P(Y=1)$

    $H_1 : P(X=1) \neq P(Y=1)$

6

McNemar's Test

- **ตัวสถิติทดสอบ**
  - กรณี b + c > 20 $$T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$$
  - กรณี b + c $\leq$ 20 $$T_2 = b$$

X \ Y	0	1
0	a	b
1	c	d

McNemar's Test

- **เขตวิกฤต**
  - เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ α
  - n = จำนวนคู่ทั้งหมดที่ไม่ใช่ tie = b + c (n $\leq$ n′)

  - **สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก (n $\leq$ 20)**
    จะกำหนดค่าวิกฤตทั้งด้านซ้าย ($W_{\alpha/2}$) และขวา ($W_{1-\alpha/2}$) นั่นคือ
    เขตวิกฤต : $T_2 \leq W_{\alpha/2}$ หรือ $T_2 \geq W_{1-\alpha/2}$
    ใช้<u>ตารางทวินาม</u>ที่ p = 1/2 ทำการพิจารณาค่า
    $P(X \leq t) = \alpha/2$ จะได้ว่า $W_{\alpha/2} = t$ และ $W_{1-\alpha/2} = n - t$
    (หรือใช้<u>ตาราง Sign test</u>)
  - **สำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 20)**
    ใช้ตารางไคสแควร์ จะได้ $W_{1-\alpha} = \chi^2_{1-\alpha,\, \nu=1}$
    เขตวิกฤต : $T_1 > W_{1-\alpha}$

8

Table 24 : Percentile values of Chi-square (p.51)

n	$\chi^2_{.005}$	$\chi^2_{.01}$	…	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.999}$	n
1	-	-	…	6.6	7.9	10.8	1
2	.01	.02	…	9.2	10.6	13.8	2
3	.07	.11	…	11.3	12.8	16.3	3
4	.21	.30	…	13.3	14.9	18.5	4
5	.41	.55	…	15.1	16.7	20.5	5
…							…
21	8.0	8.9	…	38.9	41.4	46.8	21
22	8.6	9.5	…	40.3	42.8	48.3	22
23	9.3	10.2	…	41.6	44.2	49.7	23
…							…

McNemar's Test

- ทดลองหาค่าวิกฤต
  - จงหาค่าวิกฤตของการทดสอบ 2 ทาง เมื่อกำหนด $\alpha = 0.05$ และ n = 21

    เมื่อ n = 21 ให้ใช้ตารางไคสแควร์

    ดังนั้นเปิดค่า $\chi^2_{1-\alpha,\ \nu=1} = \chi^2_{.95,\ \nu=1} = 3.8 = W_{.95}$

    เขตวิกฤต : $T_1 \geq 3.8$

McNemar's Test

- **การตัดสินใจ**

  จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า T_1 หรือ T_2 ที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต

11

ตัวอย่าง 4

ในระหว่างฤดูกาลหาเสียงเพื่อเลือกตั้งซ่อมที่จังหวัดแห่งหนึ่ง ซึ่งมีผู้สมัครรับเลือกตั้ง 2 คน จากการสุ่มตัวอย่างบุคคลผู้มีสิทธิออกคะแนนเสียงเลือกตั้งมา 100 คน แล้วให้แต่ละคนบอกว่าจะเลือกผู้สมัครคนใด ปรากฏว่า 84 คน จะเลือกพรรคกิจสังคมและที่เหลือ 16 คน จะเลือกพรรคประชาธิปัตย์ แต่หลังจากมีการอภิปรายหาเสียงครั้งสุดท้ายก่อนจะมีการเลือกตั้ง ก็ได้ไปสอบถามความเห็นของผู้มีสิทธิเลือกตั้งกลุ่มเดิมที่สุ่มตัวอย่างมาได้อีกครั้งหนึ่งว่าชอบและจะลงคะแนนเสียงให้พรรคใดปรากฏว่า 1 ใน 4 ของคนที่แต่เดิมชอบพรรคกิจสังคม จะเปลี่ยนไปเลือกพรรคประชาธิปัตย์ และ 1 ใน 4 ของคนที่ชอบพรรคประชาธิปัตย์จะหันไปเลือกพรรคกิจสังคม ดังนั้นเราจะสรุปผลได้ดังตารางขนาด 2x2 ดังนี้

		หลัง	
		กิจสังคม	ประชาธิปัตย์
ก่อน	กิจสังคม	63	21
	ประชาธิปัตย์	4	12

จงทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ .05

12

		หลัง	
		กิจสังคม	ประชาธิปัตย์
ก่อน	กิจสังคม	63	21
	ประชาธิปัตย์	4	12

- พิจารณาลักษณะข้อมูล
  - เป็นข้อมูล 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน (Repeated measures)
  - ข้อมูลอยู่ในมาตรนามบัญญัติ
  - ต้องการทดสอบว่า มีการเปลี่ยนแปลงความตั้งใจในการเลือกพรรคการเมืองหรือไม่ หลังการหาเสียงครั้งสุดท้าย

- สมมติฐานทางสถิติ

  H_0 : ความตั้งใจเลือกพรรคทั้ง 2 ก่อนและหลังไม่เปลี่ยนแปลง

  H_1 : ความตั้งใจเลือกพรรคทั้ง 2 ก่อนและหลังมีการเปลี่ยนแปลง

or $H_0 : P_{ก่อน}(\text{กิจสังคม}) = P_{หลัง}(\text{กิจสังคม})$ vs. $H_1 : P_{ก่อน}(\text{กิจสังคม}) \neq P_{หลัง}(\text{กิจสังคม})$

or $H_0 : P_{ก่อน}(\text{ประชาธิปัตย์}) = P_{หลัง}(\text{ประชาธิปัตย์})$ vs.

$H_1 : P_{ก่อน}(\text{ประชาธิปัตย์}) \neq P_{หลัง}(\text{ประชาธิปัตย์})$

13

- สมมติฐานทางสถิติ

  H_0 : ความตั้งใจเลือกพรรคทั้ง 2 ก่อนและหลังไม่เปลี่ยนแปลง

  H_1 : ความตั้งใจเลือกพรรคทั้ง 2 ก่อนและหลังมีการเปลี่ยนแปลง

		หลัง	
ก่อน		กสค.	ปชป.
	กสค.	63	21
	ปชป.	4	12

- สถิติทดสอบ

  n = 21+4 = 25 ดังนั้น

  $T_1 = (21 - 4)^2/(21 + 4) = 11.56$

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$

  n = 25 ใช้ตาราง Chi-square ที่ df = 1

  ดังนั้น $W_{1-\alpha} = W_{.95} = 3.8$

  เขตวิกฤต คือ $T \geq 3.8$

- **สรุปผล**

  จาก T_{cal} ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ

  ที่ $\alpha = 0.05$ มีการเปลี่ยนแปลงความตั้งใจเลือกพรรคทั้ง 2 ก่อนและหลังการหาเสียงครั้งสุดท้าย

ตัวอย่าง 5

สมมตินักจิตวิทยาสนใจเกี่ยวกับการเข้ากลุ่มในการเข้าสังคมของเด็ก เขาจึงได้ไปสังเกตเด็กเล็กซึ่งเพิ่งเข้าเรียนในชั้นอนุบาลพบว่า ส่วนมากเด็กจะเข้ากลุ่มกับพวกเด็กที่โตกว่ามากกว่าที่จะเข้ากลุ่มกับเด็กด้วยกัน แต่เขาพยากรณ์ไว้ว่าถ้าเพิ่มความสนิทสนมคุ้นเคยและประสบการณ์แล้ว จะมีการเพิ่มการเข้ากลุ่มในกลุ่มเด็กด้วยกันมากกว่าที่จะเข้ากลุ่มกับเด็กโต เพื่อทดสอบสมมติฐานนี้เขาได้สังเกตเด็กอนุบาลที่เพิ่งเข้าเรียน 25 คน และแบ่งเด็กตามที่วันแรกเด็กใหม่เหล่านี้เข้ากลุ่มกับเด็กโตหรือเด็กเล็กด้วยกัน หลังจากนั้น 1 เดือน เขาลองสังเกตและแบ่งการเข้ากลุ่มของเด็กกลุ่มเดิมว่าเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไรได้ดังตารางนี้

การเข้ากลุ่มในวันแรก	การเข้ากลุ่มภายหลัง 1 เดือน:	เด็กเล็ก	เด็กโต
	เด็กเล็ก	3	4
	เด็กโต	14	4

จงทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ .05

15

การเข้ากลุ่มในวันแรก	การเข้ากลุ่มภายหลัง 1 เดือน:	เด็กเล็ก	เด็กโต
	เด็กเล็ก	3	4 P_b
	เด็กโต	14 P_c	4

- พิจารณาลักษณะข้อมูล
  - เป็นข้อมูล 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน (Repeated measures)
  - ข้อมูลอยู่ในมาตรนามบัญญัติ
  - ต้องการทดสอบว่า เมื่อมีความคุ้นเคย เด็กเล็กจะเลือกการเข้ากลุ่มเด็กเล็ก**มากกว่า**จะเข้ากลุ่มเด็กโต ? (โอกาสเด็กเล็กที่เลือกเข้า**กลุ่มเด็กเล็ก -> กลุ่มเด็กโต**ควรต่ำกว่าโอกาสเด็กเล็กที่เข้า**กลุ่มเด็กโต -> กลุ่มเด็กเล็ก**)

- สมมติฐานทางสถิติ

  $H_0 : P_b = P_c$

  $H_1 : P_b \neq P_c$

- สถิติทดสอบ

  $n = 4 + 14 = 18$ ดังนั้น

  $T_2 = 4$

16

- สมมติฐานทางสถิติ
  $H_0 : P_b = P_c$
  $H_1 : P_b \neq P_c$

- สถิติทดสอบ
  $n = 4 + 14 = 18$ ดังนั้น
  $T_2 = 4$

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$
  $n = 18$ ใช้ตาราง Sign test
  ดังนั้น $W_{\alpha/2} = 4$ และ $W_{1-\alpha/2} = 18 - 4 = 14$
  เขตวิกฤต คือ $T_2 \leq 4$ หรือ $T_2 \geq 14$

- **สรุปผล**
  จาก T_2 ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ
  ที่ $\alpha = 0.05$ เด็กเล็กมีการเปลี่ยนเข้ากลุ่มโตมาเข้ากลุ่มเล็ก ภายหลัง 1 เดือน แตกต่างจากเด็กเล็กเปลี่ยนจากเข้ากลุ่มเล็กมาเข้ากลุ่มเด็กโต

17

การเข้ากลุ่มภายหลัง 1 เดือน

การเข้ากลุ่มในวันแรก		เด็กเล็ก	เด็กโต
	เด็กเล็ก	3	4 **P_b**
	เด็กโต	14 **P_c**	4

- จากการทดสอบสรุปได้ว่า $P_b \neq P_c$
- แต่เป้าหมายอยากทราบ $P_b < P_c$ หรือไม่
  - จากข้อมูลคำนวณค่า
    $p_b = 4/25 = 0.16$
    $p_c = 14/25 = 0.56$
  - จะเห็นได้ว่า $p_b < p_c$ ดังนั้นสรุปได้ว่า เมื่อมีความคุ้นเคย เด็กเล็กจะเลือกการเข้ากลุ่มเด็กเล็ก <u>มากกว่า</u>จะเข้ากลุ่มเด็กโต

18

Outline

- Two related samples
- การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign test)
- การทดสอบการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญของแมคนีมาร์ (McNemar's test)
- **การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับของวิลคอกซอน (Wilcoxon signed-rank test)**
- ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน
- การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)
- การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับ

19

Wilcoxon Signed-Rank Test

- จุดเด่น
  - เป็นการทดสอบที่พิจารณาทั้ง "ทิศทาง" และ "ขนาด" ของความแตกต่างในแต่ละคู่
  - ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดอันตรภาค และอัตราส่วน
  - ใช้เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐาน
  - มีกำลังในการทดสอบสูงกว่าเมื่อเทียบกับวิธีการทดสอบแบบ Sign test
- จุดด้อย
  - การคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบยุ่งยากมากขึ้น

20

Wilcoxon Signed-Rank Test

- ข้อมูล
  - 2 related samples (X_i, Y_i)

Pairs	1	2	...	n′
X	X_1	X_2	...	$X_{n'}$
Y	Y_1	Y_2	...	$Y_{n'}$

  - **การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์**
    - คำนวณค่าผลต่างระหว่าง X กับ Y
      $D_i = X_i - Y_i$
    - หาผลต่างสัมบูรณ์ (absolute difference), $|D_i|$
    - เรียงลำดับค่า $|D_i|$ โดยไม่สนใจกรณี $X_i = Y_i$ (tied) หรือ $D_i=0$ ให้
      - อันดับ 1 แก่ $|D_i|$ ที่มีค่าน้อยสุด
      - อันดับ 2 แก่ $|D_i|$ ที่มีค่าน้อยลำดับถัดมา
      ...
      - อันดับ n แก่ $|D_i|$ ที่มีค่ามากที่สุด ($n \leq n'$)

21

Wilcoxon Signed-Rank Test

<u>ตัวอย่าง</u> การเตรียมข้อมูล

X :	12	8	11	13	15	7	18
Y :	10	15	16	5	19	17	9
D = X-Y :	2	-7	-5	8	-4	-10	9
|D| :	2	7	5	8	4	10	9
Rank |D| :	1	4	3	5	2	7	6

22

Wilcoxon Signed-Rank Test

กรณีที่ค่า $|D_i|$ มีค่าเท่ากัน ให้นำอันดับของค่าเหล่านั้นมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยอันดับ

ตัวอย่าง การเตรียมข้อมูล

X	:	12	8	11	13	15	7	18
Y	:	10	15	18	6	19	17	11
D = X-Y	:	2	-7	-7	7	-4	-10	7
|D|	:	2	7	7	7	4	10	7
Rank |D|	:	1	4.5	4.5	4.5	2	7	4.5

ค่าเฉลี่ยอันดับ = (3+4+5+6)/4 = 4.5

23

Wilcoxon Signed-Rank Test

- **ข้อสมมติ**
  - ค่า D_i แต่ละค่าเป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (continuous random variable)
  - การแจกแจงของ D_i เป็นแบบสมมาตร (symmetric)
  - ค่า $D_1, D_2, \ldots, D_n$, เป็นอิสระกัน
  - D_i ทั้งหมดมีมัธยฐานเกี่ยวกัน
  - มาตรวัดของ D_i อย่างน้อยต้องเป็นมาตรอันตรภาค

24

Wilcoxon Signed-Rank Test

- **สมมติฐานทางสถิติ**

$d_{.50}$ คือ ค่ามัธยฐานร่วม (common median)

- การทดสอบทางเดียวด้านมาก

  $H_0 : d_{.50} \leq 0$ vs. $H_1 : d_{.50} > 0$

  หรือ $H_0 : E(X) \leq E(Y)$ vs. $H_1 : E(X) > E(Y)$

- การทดสอบทางเดียวด้านน้อย

  $H_0 : d_{.50} \geq 0$ vs. $H_1 : d_{.50} < 0$

  หรือ $H_0 : E(X) \geq E(Y)$ vs. $H_1 : E(X) < E(Y)$

- การทดสอบ 2 ทาง (2 tailed test)

  $H_0 : d_{.50} = 0$ vs. $H_1 : d_{.50} \neq 0$

  หรือ $H_0 : E(X) = E(Y)$ vs. $H_1 : E(X) \neq E(Y)$

25

Wilcoxon Signed-Rank Test

<u>ตัวอย่าง</u> ค่า $d_{.50}$

X	:	12	8	11	13	15	17
Y	:	10	15	16	5	17	12
D = X-Y	:	2	-7	-5	8	-2	5

เรียงค่าน้อย -> มาก -7 -5 -2 2 5 8

$d_{.50} = (-2 + 2)/2 = 0$

X	:	10	18	21	13	25	27
Y	:	12	15	16	5	17	12
D = X-Y	:	-2	3	5	8	8	15

$d_{.50} = (5 + 8)/2 = 6.5$

26

Wilcoxon Signed-Rank Test

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  T = ผลรวมของอันดับของคู่ที่ $X_i > Y_i$

  หากกำหนดให้

  $R_i = 0$ ถ้า $X_i < Y_i$

  R_i = อันดับของคู่ที่ $X_i > Y_i$ (D_i เป็นบวก)

  จะได้

  $$\boxed{T = \sum R_i}$$

27

Wilcoxon Signed-Rank Test

- **เขตวิกฤต**
  - เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ α
  - n = จำนวนคู่ทั้งหมดที่ไม่ใช่ tie ($n \leq n'$)

  - **กรณีตัวอย่างขนาดเล็ก ($n \leq 20$)**

    จะหาค่าวิกฤต W_p จากตาราง Wilcoxon (ตารางที่ 7)
    - **การทดสอบทางเดียวด้านขวา**

      เขตวิกฤต : $T > W_{1-\alpha}$
    - **การทดสอบทางเดียวด้านซ้าย**

      เขตวิกฤต : $T < W_{\alpha}$
    - **การทดสอบสองทาง**

      เขตวิกฤต : $T < W_{\alpha/2}$ หรือ $T > W_{1-\alpha/2}$

28

Table 7 : Quantiles of the Wilcoxon Signed Ranks Test (p. 22)

n	$W_{.005}$	$W_{.01}$	$W_{.025}$	$W_{.05}$	…	$W_{.50}$	n(n+1)/2
4	0	0	0	0	…	5	10
5	0	0	0	1	…	7.5	15
6	0	0	1	3	…	10.5	21
7	0	1	3	4	…	14	28
8	1	2	4	6	…	18	36
9	2	4	6	9	…	22.5	45
…	…	…	…	…	…	…	…
20	38	44	53	61	…	105	210

ที่ α = .05 สำหรับการทดสอบสองทาง ที่ n = 6

$W_{.025} = 1$ และ $W_{.975} = n(n + 1)/2 - W_{.025} = 21 - 1 = 20$

Wilcoxon Signed-Rank Test

- **เขตวิกฤต (ต่อ)**
  - **กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 20)**

    พบว่า T ~ N(μ_T, σ_T) ดังนั้น

    $$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T}$$ โดย $$\mu_T = \frac{n(n+1)}{4}, \sigma_T = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

  - การทดสอบทางเดียวด้านมาก

    เขตวิกฤต : $T > W_{1-\alpha}$

    โดย $$W_{1-\alpha} = \frac{n(n+1)}{4} + [Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}]$$

Wilcoxon Signed-Rank Test

- การทดสอบทางเดียวด้านน้อย

เขตวิกฤต : T < W_α

โดย $$W_\alpha = \frac{n(n+1)}{4} + [Z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}]$$

- การทดสอบสองทาง

เขตวิกฤต : T < $W_{\alpha/2}$ หรือ T > $W_{1-\alpha/2}$

โดย $$W_{\alpha/2} = \frac{n(n+1)}{4} - [Z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}]$$

$$W_{1-\alpha/2} = \frac{n(n+1)}{4} + [Z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}]$$

31

Wilcoxon Signed-Rank Test

- **การตัดสินใจ**

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า T_{cal} ที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต

32

ตัวอย่าง 6

ในการทดสอบทางจิตวิทยากับฝาแฝด 12 คู่ เพื่อที่จะดูว่า ฝาแฝดที่เกิดก่อนมีแนวโน้มที่จะเป็นคนก้าวร้าวมากกว่าอีกคน ให้ผลลัพธ์ดังนี้ (คะแนนสูงแสดงถึงความก้าวร้าวมากกว่า)

ฝาแฝดคู่ที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
เกิดก่อน (X)	86	71	77	68	91	72	77	91	70	71	88	87
เกิดหลัง (Y)	88	77	76	64	96	72	65	90	65	80	81	72

จงทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

33

ฝาแฝดคู่ที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
เกิดก่อน (X)	86	71	77	68	91	72	77	91	70	71	88	87
เกิดหลัง (Y)	88	77	76	64	96	72	65	90	65	80	81	72

- พิจารณาลักษณะข้อมูล
  - เป็นข้อมูล 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน (แบบ Matched pair)
  - ข้อมูลอยู่ในมาตรอัตราส่วน
  - ต้องการเปรียบเทียบแฝดที่เกิดก่อนก้าวร้าวมากกว่าแฝดที่เกิดทีหลังหรือไม่ ?

- สมมติฐานทางสถิติ

  H_0 : แฝดที่เกิดก่อนไม่ก้าวร้าวกว่าแฝดที่เกิดทีหลัง or $d_{.50} \leq 0$

  H_1 : แฝดที่เกิดก่อนก้าวร้าวมากกว่าแฝดที่เกิดทีหลัง or $d_{.50} > 0$

34

ฝาแฝดคู่ที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
เกิดก่อน (X)	86	71	77	68	91	72	77	91	70	71	88	87
เกิดหลัง (Y)	88	77	76	64	96	72	65	90	65	80	81	72
D = X-Y	-2	-6	1	4	-5	0	12	1	5	-9	7	15
|D|	2	6	1	4	5	0	12	1	5	9	7	15
Rank |D|	3	7	1.5	4	5.5		10	1.5	5.5	9	8	11
R	0	0	1.5	4	0	-	10	1.5	5.5	0	8	11

- สมมติฐานทางสถิติ
  H_0 : แฝดที่เกิดก่อนไม่ก้าวร้าวกว่าแฝดที่เกิดทีหลัง
  H_1 : แฝดที่เกิดก่อนก้าวร้าวมากกว่าแฝดที่เกิดทีหลัง
- **ตัวสถิติทดสอบ**
  $T_{cal} = \sum R_i$
  $= 41.5$ **[n'=12, n=11]**

35

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  H_0 : แฝดที่เกิดก่อนไม่ก้าวร้าวกว่าแฝดที่เกิดทีหลัง
  H_1 : แฝดที่เกิดก่อนก้าวร้าวมากกว่าแฝดที่เกิดทีหลัง
- **ตัวสถิติทดสอบ**
  $T_{cal} = 41.5$ [n' = 12, n = 11]
- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$
  ทดสอบทางเดียวด้านมาก, n = 11 ใช้ตาราง Wilcoxon test
  ดังนั้น $W_\alpha = W_{.05} = 14$ และ $W_{1-\alpha} = 66 - 14 = 52$
  เขตวิกฤต คือ $T > 52$
- **สรุปผล**
  จาก T_{cal} ไม่ตกในเขตวิกฤต จึง **Accept H_0** นั่นคือ
  ที่ $\alpha = 0.05$ แฝดที่เกิดก่อนไม่ก้าวร้าวกว่าแฝดที่เกิดทีหลัง

36

Wilcoxon Signed-Rank Test

- สามารถใช้ทดสอบค่ามัธยฐานของข้อมูลเป็นไปตามที่สงสัยหรือไม่ เช่น ต้องการทดสอบว่า ข้อมูล X : 2 3 4 5 6 6 7 8 9 มีค่ามัธยฐานเท่ากับ 6 หรือไม่
- **สมมติฐานทางสถิติ**
  - การทดสอบทางเดียวด้านมาก
    - $H_0 : d_{.50} \leq 0$ vs. $H_1 : d_{.50} > 0$
    - **หรือ** H_0 : ค่ามัธยฐานของ $X \leq m$ vs. H_1 : ค่ามัธยฐานของ $X > m$
  - การทดสอบทางเดียวด้านน้อย
    - $H_0 : d_{.50} \geq 0$ vs. $H_1 : d_{.50} < 0$
    - **หรือ** H_0 : ค่ามัธยฐานของ $X \geq m$ vs. H_1 : ค่ามัธยฐานของ $X < m$
  - การทดสอบ 2 ทาง (2 tailed test)
    - $H_0 : d_{.50} = 0$ vs. $H_1 : d_{.50} \neq 0$
    - **หรือ** H_0 : ค่ามัธยฐานของ $X = m$ vs. H_1 : ค่ามัธยฐานของ $X \neq m$

อาจเขียนแทน ค่ามัธยฐานของ X ด้วย E(X)

37

ตัวอย่าง 7

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งมีอยู่ทั้งหมด 30 ค่า ให้ทดสอบสมมติฐานว่า E(X) จะมีค่าไม่เกิน 30 โดยที่ค่า X_i และค่าผลต่างระหว่าง $X_i - m$ และอันดับของแต่ละคู่เป็นดังนี้ (ได้เรียงลำดับค่าของ X_i เพื่อความสะดวก)

X	23.8	26.0	26.9	27.4	28.0	30.3	30.7	31.2	31.3	32.8
D = X-30	-6.2	-4.2	-3.1	-2.6	-2.0	0.3	0.7	1.2	1.3	2.8
Rank |D|	17	11	8	6	5	1	2	3	4	7
R	0	0	0	0	0	1	2	3	4	7

X	33.2	33.9	34.3	34.9	35.0	35.9	36.1	36.4	36.6	37.2
D = X-30	3.2	3.9	4.3	4.9	5.0	5.9	6.1	6.4	6.6	7.2
Rank |D|	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20
R	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20

X	37.3	37.9	38.2	39.6	40.6	41.1	42.3	42.8	44.0	45.8
D = X-30	7.3	7.9	8.2	9.6	10.6	11.1	12.3	12.8	14.0	15.8
Rank |D|	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
R	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

38

- พิจารณาลักษณะข้อมูล
  - เป็นข้อมูล 1 ชุด
  - ข้อมูลอยู่ในมาตรอัตราส่วน
  - ต้องการทดสอบว่า ค่ามัธยฐานของ X $\leq$ 30 ?

- สมมติฐานสถิติ

  $H_0 : E(X) \leq 30$

  $H_1 : E(X) > 30$

- ตัวสถิติทดสอบ

  $T_{cal} = \sum R_i = 418$

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$

  ทดสอบทางเดียวด้านมาก, n = 30 ดังนั้น

$$W_{1-\alpha} = \frac{n(n+1)}{4} + [Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}]$$

  $Z_{1-\alpha} = Z_{.95} = 1.645$ ดังนั้น $W_{1-\alpha} = 312.45$

  เขตวิกฤต คือ T > 312.45

- **สรุปผล**

  จาก T_{cal} ตกในเขตวิกฤต จึง **Reject H_0** นั่นคือ

  ที่ $\alpha = 0.05$ ค่ามัธยฐานมีค่ามากกว่า 30

39

Outline

- Two related samples
- การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign test)
- การทดสอบการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญของแมคนีมาร์ (McNemar's test)
- การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับของวิลคอกซอน (Wilcoxon signed-rank test)
- **ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน**
- การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)
- การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับ

40

ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน

- ลักษณะทั่วไป
  - อาศัยหลักพื้นฐานของ Wilcoxon test
  - ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน เทียบได้กับช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างของค่าเฉลี่ย

    $E(D) = E(X) - E(Y)$

    เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มชุดที่ 1, E(X) ค่าเฉลี่ยของ X

    Y เป็นตัวแปรสุ่มชุดที่ 2, E(Y) ค่าเฉลี่ยของ Y

41

ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน

- **ข้อมูล** 2 related samples (X_i, Y_i)

Pairs	1	2	...	n
X	X_1	X_2	...	X_n
Y	Y_1	Y_2	...	Y_n

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์
    - คำนวณค่าผลต่างระหว่าง X กับ Y

      $D_i = X_i - Y_i$
    - เรียงลำดับค่า D_i จากค่าน้อยไปหาค่ามาก

      $D^{(1)} \le D^{(2)} \le \dots \le D^{(n-1)} \le D^{(n)}$

42

ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน

- ข้อมูล One sample

  $D_1 \quad D_2 \quad \ldots \quad D_n$

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์
    - เรียงลำดับค่า D_i จากค่าน้อยไปหาค่ามาก

      $D^{(1)} \le D^{(2)} \le \ldots \le D^{(n-1)} \le D^{(n)}$

43

ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน

- ข้อสมมติ
  - ค่า D_i แต่ละค่าเป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (continuous random variable)
  - การแจกแจงของ D_i เป็นแบบสมมาตร (symmetric)
  - ค่า D_1, D_2, …, D_n เป็นอิสระกัน
  - D_i ทั้งหมดมีมัธยฐานเกี่ยวกัน
  - มาตรวัดของ D_i อย่างน้อยต้องเป็นมาตรอันตรภาค

44

ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน

- วิธีการประมาณค่า
  - ภายใต้ระดับความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)100\%$ และขนาดตัวอย่าง n
    หาค่า $W_{\alpha/2}$ จากตารางของ Wilcoxon (ตาราง 7)
    หากค่า $W_{\alpha/2} = 0$ แสดงว่าไม่สามารถประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นได้
  - คำนวณค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้ (possible average) ระหว่าง $D^{(i)}$ กับ $D^{(j)}$
    $(D^{(i)} + D^{(j)})/2$ เมื่อ $i, j = 1, 2, ..., n$
    นั่นคือ จาก $D^{(1)}, D^{(2)}, ..., D^{(n-1)}, D^{(n)}$
    คำนวณ $(D^{(1)}+D^{(1)})/2, (D^{(1)}+D^{(2)})/2, ..., (D^{(n)}+D^{(n)})/2$
    เรียงลำดับค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้ จากน้อยไปมาก
  - ค่าขอบเขตบน (upper bound)
    คือ ค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้ที่ถัดลงมาจากค่าสูงสุดในลำดับที่ $W_{\alpha/2}$
  - ค่าขอบเขตล่าง (lower bound)
    คือ ค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้ที่ถัดขึ้นไปจากค่าต่ำสุดในลำดับที่ $W_{\alpha/2}$

45

- ตัวอย่าง การคำนวณค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้ของข้อมูล

x	3	4	5	6

ข้อมูล	ค่าเฉลี่ย
3, 4	3.5
3, 5	4
3, 6	4.5
4, 5	4.5
4, 6	5
5, 6	5.5

46

ตัวอย่าง 8

ในการศึกษาเพื่อดูว่ามัธยฐานของอุณหภูมิที่คนเราจะเริ่มรู้สึกอึดอัดจะเป็นเท่าใดนั้น ผู้ทดลองได้เลือกตัวทดลองมาหลาย ๆ คน และทำให้ทุกคนมีมาตรฐานเดียวกัน (ซึ่งหมายถึงการให้ใส่เสื้อผ้า การออกกำลังการ ฯลฯ) แล้วเขาให้ผู้ทดลองเข้าไปนั่งในห้องที่ควบคุมอุณหภูมิทีละคน แล้วเขาจะเพิ่มอุณหภูมินั้น สมมติว่าความชื้นและการหมุนเวียนของอากาศอยู่ในสภาพปกติ และการตอบสนองของตัวทดลองจะเหมือนกับการตอบสนองของคนที่สุ่มตัวอย่างมาจากคนที่อาศัยอยู่ในท้องถิ่นที่มีอากาศเช่นนั้น

ผลอุณหภูมิที่บันทึกได้จากผู้ทดลอง 8 คนเป็นดังนี้

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8
อุณหภูมิ (^{o}F)	83	87	86	79	86	80	82	89

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของมัธยฐานของอุณหภูมิ

47

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8
อุณหภูมิ (^{o}F)	83	87	86	79	86	80	82	89

- ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% (α = .05), n = 8
  - หาค่า $W_{\alpha/2}$ จากตารางของ Wilcoxon (ตาราง 7)
    $W_{.05} = 6$
  - เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก 79 80 82 83 86 86 87 89
  - คำนวณค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้
    - ทางด้านน้อย
      (79+79)/2 (79+80)/2 (80+80)/2 (79+82)/2 (80+82)/2 (80+83)/2 ...
      79 79.5 80 80.5 81 $\boxed{81}$ ...
    - ทางด้านมาก
      (89+89)/2 (89+87)/2 (89+86)/2 (89+86)/2 (87+87)/2 (87+86)/2 ...
      89 88 87.5 87.5 87 $\boxed{86.5}$ ...
- ช่วงความเชื่อมั่น 90% ของมัธยฐาน คือ **81 ถึง 86.5**

48

Outline

- Two related samples
- การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign test)
- การทดสอบการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญของแมคนีมาร์ (McNemar's test)
- การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับของวิลคอกซอน (Wilcoxon signed-rank test)
- ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างมัธยฐาน
- **การทดสอบการสุ่มของฟิชเชอร์ (Fisher randomization test)**
- การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับ

49

Fisher Randomization Test

- **จุดเด่น**
  - ใช้เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐาน
  - เป็นการทดสอบที่พิจารณาทั้ง "ทิศทาง" และ "ขนาด" ของความแตกต่างในแต่ละคู่
  - ใช้กับข้อมูลในมาตรวัดอันตรภาค และอัตราส่วน
  - ใช้ได้กับข้อมูลที่มีค่าต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง
  - มีกำลังในการทดสอบสูงที่สุด (สำหรับตัวสถิติที่ใช้เปรียบเทียบข้อมูล 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน)
- **จุดด้อย**
  - การคำนวณค่าวิกฤตยุ่งยากมาก

50

Fisher Randomization Test

- ข้อมูล
  - 2 related samples (X_i, Y_i)

Pairs	1	2	...	n′
X	X_1	X_2	...	$X_{n'}$
Y	Y_1	Y_2	...	$Y_{n'}$

  - การเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์
    - คำนวณค่าผลต่างระหว่าง X กับ Y
      $D_i = X_i - Y_i$
    - โดยไม่สนใจกรณี $X_i = Y_i$ (tied) หรือ $D_i=0$ ดังนั้นจำนวนตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ = n ($n \leq n'$)

51

Fisher Randomization Test

- ข้อตกลงเบื้องต้น
  - การแจกแจงของ D_i เป็นแบบสมมาตรรอบจุดศูนย์ (symmetric about zero)
  - ค่า $D_1, D_2, ..., D_{n'}$ เป็นอิสระกัน
  - D_i ทั้งหมดมีมัธยฐานเกี่ยวกัน
  - มาตรวัดของ D_i อย่างน้อยต้องเป็นมาตรอันตรภาค

52

Fisher Randomization Test

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  - การทดสอบ 2 ทาง (2 tailed test)

$H_0 : d_{.50} = 0$ $d_{.50}$ คือ ค่ามัธยฐานร่วม (common median)

$H_1 : d_{.50} \neq 0$

หรือ $H_0 : E(X) = E(Y)$

$H_1 : E(X) \neq E(Y)$

53

Fisher Randomization Test

- **ตัวสถิติทดสอบ**

$\boxed{T_1 = \text{ผลรวมของค่า } D_i \text{ ที่ } X_i > Y_i}$

หรือ

$\boxed{T_1 = \sum D_i}$ เฉพาะ $D_i > 0$

54

Fisher Randomization Test

- เขตวิกฤต
  - เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ α
  - n = จำนวนคู่ทั้งหมดที่ไม่ใช่ tie ($n \leq n'$)
  - **การทดสอบสองทาง**

    เขตวิกฤต : $T_1 < W_{\alpha/2}$ หรือ $T_1 > W_{1-\alpha/2}$

    จะหาค่าวิกฤต $W_{\alpha/2}$ และ $W_{1-\alpha/2}$ โดยคำนวณได้จาก **การสุ่ม**ค่าที่เป็นไปได้ของค่า D_i จากข้อมูลที่ศึกษา

55

Fisher Randomization Test

- เขตวิกฤต (ต่อ)
  - **ขั้นตอนการประมาณค่าวิกฤต W_p ($0 \leq p \leq 1$)**
    - จากค่า D_i คำนวณค่า $|D_i|$
    - ทดลองสุ่มเครื่องหมาย "**+**" หรือ "**-**" ให้แก่ $|D_i|$

      (จำนวนวิธีของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ = 2^n)

      คำนวณค่า T_1 (ผลรวมของ $|D_i|$ ที่ถูกสุ่มให้มีค่าบวก) ได้ทั้งหมด 2^n ค่า
    - W_p = ค่าควอนไทล์ที่ p ของ T_1 ซึ่งหาได้โดย
      - เรียงค่า T_1 จากน้อย -> มาก
      - คำนวณตำแหน่งที่เกิดควอนไทล์ที่ p -> $2^n.p$ (ปัดเศษขึ้นเสมอ)
      - W_p คือ ค่า T_1 ที่ตำแหน่ง $2^n.p$

56

คู่ที่	1	2	3
X	86	71	77
Y	88	77	76
D	-2	-6	1
|D|	2	6	1

ทดลองคำนวณค่า $W_{0.2}$

- คำนวณค่า $|D_i|$
- ทดลองสุ่ม "+" กับ "-" ให้ $|D_i|$, คำนวณ T_1
- เรียงลำดับ T_1 จากน้อย -> มาก
- ตำแหน่งควอนไทล์ .2 -> (8).(.2) = 1.6 ~ 2
- $W_{0.2}$ = ค่า T_1 ตัวที่ 2

ผลการสุ่ม	T_1	ผลการสุ่ม	T_1
-2 -6 -1	0	2 6 -1	8
2 -6 -1	2	2 -6 1	3
-2 6 -1	6	-2 6 1	7
-2 -6 1	1	2 6 1	9

T_1	0 1 2 3 6 7 8 9

$W_{0.2} = 1$

$W_{0.8} = ?$

$W_{1-p} = \sum|D_i| - W_p$

57

Fisher Randomization Test

- **เขตวิกฤต (ต่อ)**
  - **ขั้นตอนการประมาณค่าวิกฤต W_p (ในทางปฏิบัติ)**
    - จากค่า D_i คำนวณค่า $|D_i|$
    - คำนวณตำแหน่งที่เกิดควอนไทล์ที่ p -> $2^n.p$ (ปัดเศษขึ้นเสมอ)
    - กำหนดเครื่องหมาย "+" หรือ "-" ให้แก่ $|D_i|$

      โดยให้ได้ค่า T_1 ที่มีค่าจากน้อยสุด -> มาก จนถึงตัวที่ $2^n.p$
    - W_p = ค่า T_1 ที่ตำแหน่ง $2^n.p$

58

คู่ที่	1 2 3
X	86 71 77
Y	88 77 76
D	-2 -6 1
|D|	2 6 1

ทดลองคำนวณค่า $W_{0.2}$

- คำนวณค่า $|D_i|$
- ตำแหน่งควอนไทล์ .2
  -> (8).(.2) = 1.6 ~ 2
- กำหนด "+" กับ "-" ให้ $|D_i|$ ที่ทำให้ T_1 เรียงลำดับ จากน้อย -> มาก (ตำแหน่ง 2)
- $W_{0.2}$ = ค่า T_1 ตัวที่ 2 = 1

กำหนด "+" / "-"	T_1
-2 -6 -1	0
-2 -6 1	1

คำนวณค่า Critical level หรือ P-value

- ค่าตัวสถิติ T_1 = 1
- $\hat{\alpha} = p = \dfrac{(\text{จน.ผลการสุ่มที่ได้ค่า} \le T_1)*2}{\text{จน.ผลการสุ่มที่เป็นไปได้ทั้งหมด}}$

$= (2*2)/8 = 0.5$

59

Fisher Randomization Test

- **การตัดสินใจ**

  จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า T_1 ที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต

  หรือปฏิเสธ H_0 ถ้า p-value < α

60

ตัวอย่าง 9

สมมติมีคู่เทียบ (matched pairs) 8 คู่ หาผลต่างของ $X_i - Y_i$ ได้ดังนี้ : -16, -4, -7, -3, 0, 5, 1, -10 เมื่อเราไม่พิจารณาค่า 0 ดังนั้นเรามี

$D_1 = -16$, $D_2 = -4$, $D_3 = -7$, $D_4 = -3$, $D_5 = 5$,

$D_6 = 1$, $D_7 = -10$

และ n = 7 จงทดสอบสมมติฐานว่า มัธยฐานร่วมของค่าผลต่างมีค่า = 0 หรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ต้องการทดสอบว่า $d_{.50} = 0$?

61

- **สมมติฐานทางสถิติ**
  $H_0 : d_{.50} = 0$
  $H_1 : d_{.50} \neq 0$

D	-16	-4	-7	-3	5	1	-10	
|D|	16	4	7	3	5	1	10	**46**

$W_{\alpha/2} = W_{0.025}$

= ค่า T_1 ที่ตำแหน่ง 2^7.(.025) = 3.2 ~ 4

กำหนด "+" / "-"	T_1
-16 -4 -7 -3 -5 -1 -10	0
-16 -4 -7 -3 -5 1 -10	1
-16 -4 -7 3 -5 -1 -10	3
-16 4 -7 -3 -5 -1 -10	4

- **ตัวสถิติทดสอบ**
  $T_1 = \sum D_i$ เฉพาะ $D_i > 0$
  = 5 + 1 = 6 **[n = 7]**

- **เขตวิกฤต** กำหนด $\alpha = 0.05$
  ทดสอบ 2 ด้าน
  หาค่า $W_{\alpha/2}$ และ $W_{1-\alpha/2}$
  เขตวิกฤต คือ T<4 หรือ T>42

6 - 4 = 42

- **สรุปผล**
  จาก T_1 ไม่ตกในเขตวิกฤต จึง **Accept H_0** นั่นคือ
  ที่ $\alpha = 0.05$ ผลต่างของค่ามัธยฐานเท่ากับ 0

62

คำนวณค่า α^ (p-value)

- **ตัวสถิติทดสอบ**

  $T_1 = 5 + 1 = 6$ **[n = 7]**

จน.ผลลัพธ์การสุ่มที่เป็นไปได้ทั้งหมด $= 2^7$

จน.ผลลัพธ์การสุ่มที่มีค่าไม่เกิน 6 $= 8$

p-value = $(8*2)/2^7 = 0.125$

กำหนด "+" / "-"	T_1
-16 -4 -7 -3 -5 -1 -10	0
-16 -4 -7 -3 -5 1 -10	1
-16 -4 -7 3 -5 -1 -10	3
-16 4 -7 -3 -5 -1 -10	4
-16 -4 -7 3 -5 1 -10	4
-16 -4 -7 -3 5 -1 -10	5
-16 4 -7 -3 -5 1 -10	5
-16 -4 -7 -3 5 1 -10	6

- **สรุปผล** ที่ $\alpha = 0.05$

  ค่า p-value > 0.05 จึง **Accept H_0** นั่นคือ

  ผลต่างของค่ามัธยฐานเท่ากับ 0

63