การเลือกการทดสอบสถิติที่เหมาะสมในการวิจัย

208348 : สถิตินอนพาราเมตริก

โดย ผศ. ดร. สุคนธ์ ประสิทธิ์วัฒนเสรี
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

เนื้อหา

- การเลือกใช้การทดสอบสถิติที่เหมาะสม
- เกณฑ์พิจารณาการเลือกใช้การทดสอบสถิติ
  - อำนาจของการทดสอบ
  - ประสิทธิภาพสัมพัทธ์
  - มาตรการวัด

การเลือกใช้การทดสอบสถิติที่เหมาะสม

พิจารณาจาก

- เงื่อนไขข้อกำหนดเบื้องต้นของตัวสถิติ
- อำนาจในการทดสอบของตัวสถิติ
- ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวสถิติ

อำนาจของการทดสอบ (Power of test)

- ค่าอำนาจของการทดสอบเกี่ยวข้องกับค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 2
- **ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 2** (β) คือโอกาสที่จะไม่ปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ
- **อำนาจของการทดสอบ** ($1 - \beta$) คือโอกาสที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ
- การทดสอบที่ดีควรมีอำนาจของการทดสอบที่สูง

อำนาจของการทดสอบ

- การคำนวณค่าอำนาจของการทดสอบจำต้องเริ่มจากการคำนวณค่า β
- ค่า β = P(ไม่ปฏิเสธ H_0 | H_0 เท็จ)
  - หากกำหนดสมมุติฐานทางสถิติ
    H_0: $\mu = 20$ vs H_1: $\mu > 20$
    และค่าเฉลี่ยตัวอย่าง = 30
    สามารถคำนวณค่า P-value = P(ปฏิเสธ H_0 | H_0 จริง)
    = P($\bar{x} > 30$ | $\mu = 20$)
    = P($z > (30 – 20)/s_{\bar{x}}$)
    แต่จะไม่สามารถทำการคำนวณหาค่า β ได้ เพราะเมื่อ H_0 เป็นเท็จทำให้ระบุค่า μ ไม่ได้
    P(ไม่ปฏิเสธ H_0 | H_0 เท็จ) = P($\bar{x}$ อยู่ในเขตยอมรับ H_0 | $\mu > 20$) = ???

อำนาจของการทดสอบ

- พิจารณาตัวอย่างการศึกษารายได้เฉลี่ยต่อเดือนของครอบครัวเมื่อปี 2549 มีค่าเท่ากับ 10000 บาท ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3000 บาท การแจกแจงรายได้เป็นการแจกแจงปกติ
  จากการสุ่มตัวอย่าง 100 ครอบครัว พบว่ามีรายได้เฉลี่ยเท่ากับ 10480 บาท

$H_0 : \mu = 10000$

$H_1 : \mu \neq 10000$

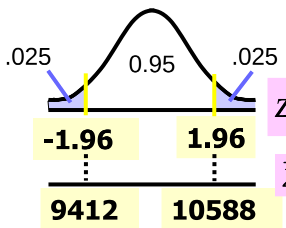
$\sigma = 3000$, $n = 100$,

$\bar{x} = 10480$

$$Z_c = \frac{(10488-10000)}{3000/\sqrt{100}} = 1.60$$

กำหนด $\alpha = 0.05$

เกณฑ์ในการตัดสินใจ คือ



$$z = \frac{\bar{x}-10000}{3000/10}$$

$\bar{x}$

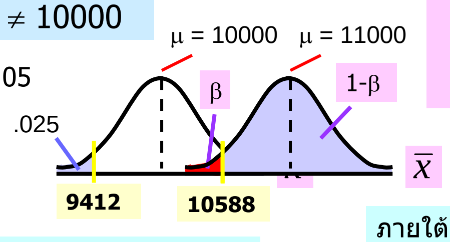
อำนาจของการทดสอบ

$H_0 : \mu = 10000$

$H_1 : \mu \neq 10000$

$\sigma = 3000$, n = 100

ที่ $\alpha = 0.05$



β = P(ไม่ปฏิเสธ H_0 | H_0 เท็จ)

$= P(\overline{X} < 10588 \mid \mu = 11000)$

$= P(z < \frac{10588-11000}{3000/10})$

$= P(z < -1.373) = 0.085$

$1 - \beta = 1 - 0.085 = 0.915$

ภายใต้ $H_0 : \mu = 10000$ เป็นจริง

- สุ่มตัวอย่าง I : $\overline{X} = 10480$

  $\Rightarrow$ ไม่ปฏิเสธ H_0 ตัดสินใจถูกต้อง

- สุ่มตัวอย่าง II : $\overline{X} = 10600$

  $\Rightarrow$ ปฏิเสธ H_0 ตัดสินใจผิดพลาดแบบที่ 1

ภายใต้ $H_0 : \mu = 10000$ เป็นเท็จ (สมมติ $\mu = 11000$)

- สุ่มตัวอย่าง I : $\overline{X} = 10480$

  $\Rightarrow$ ไม่ปฏิเสธ H_0 ตัดสินใจผิดพลาดแบบที่ 2

- สุ่มตัวอย่าง II : $\overline{X} = 10600$

  $\Rightarrow$ ปฏิเสธ H_0 ตัดสินใจถูกต้อง

การคำนวณ β และ 1 - β

- กำหนดสมมุติฐานทางสถิติ
- ภายใต้ H_0
  กำหนดอาณาเขตวิกฤต A ในเทอมของค่าสถิติ
- ภายใต้ H_0 เป็นเท็จ
  ทำการระบุค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์ เท่ากับ B
- คำนวณค่า β จาก P(ค่าสถิติ $\in$ A′ | B) โดยอาศัยการแจกแจงของค่าสถิติช่วยในการคำนวณ
  เมื่อ A′ เขตยอมรับ H_0

การคำนวณ β และ 1 - β

- บริษัท ก มีประสบการณ์ว่า ยอดขายสินค้าเฉลี่ยต่อวันที่ขายให้ลูกค้าแต่ละคนเท่ากับ 500 หน่วย และจากระดับอุปสงค์ดังกล่าว บริษัทจึงได้กำหนดระดับสินค้าคงเหลือที่จะสั่งสินค้าใหม่ได้ ต่อมาบริษัทมีแผนการที่จะทำการปรับปรุงคุณภาพและขึ้นราคาสินค้าเล็กน้อย จึงต้องการทราบว่าการกระทำดังกล่าวมีผลทำให้ยอดขายเฉลี่ยต่อวันต่อลูกค้าเป็นอย่างไร โดยทำการสอบถามลูกค้า 100 คน ถึงแผนดำเนินการดังกล่าวและความต้องการซื้อ กำหนดให้ α = 0.05 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 150

$H_0 : \mu = 500$ $\sigma = 150, n = 100,$

$H_1 : \mu \neq 500$

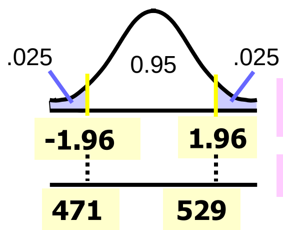
การคำนวณ β และ 1 - β

$H_0 : \mu = 500$ $\sigma = 150, n = 100$

$H_1 : \mu \neq 500$

กำหนด α = 0.05

เกณฑ์ในการตัดสินใจ คือ



$Z = \frac{\bar{x}-500}{150/10}$

$\bar{x}$

การคำนวณ β และ 1 - β

$H_0 : \mu = 500$

$H_1 : \mu \neq 500$

$\sigma = 150, n = 100$

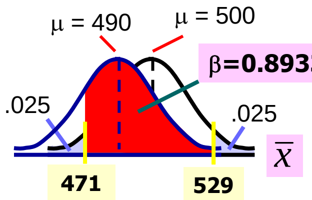
ที่ $\alpha = 0.05$

β = P(ไม่ปฏิเสธ H_0 | H_0 เท็จ)

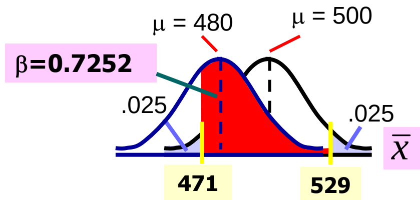
$= P(471 < \bar{X} < 529 \mid \mu = 490)$

$= P(\frac{471-490}{150/10} < z < \frac{529-490}{150/10})$

$= P(-1.267 < z < 2.6) = 0.8933$



ภายใต้ $H_0 : \mu = 500$ เป็นเท็จ (สมมติ $\mu = 490$)



ภายใต้ $H_0 : \mu = 500$ เป็นเท็จ (สมมติ $\mu = 480$)

การคำนวณ β และ 1 - β

$H_0 : \mu = 500$

$H_1 : \mu \neq 500$

$\sigma = 150, n = 100$

ที่ $\alpha = 0.05$

ค่า μ ที่ถูกต้อง	ค่า β	ค่า $1 - \beta$
440	.0192	.9808
450	.0808	.9192
460	.2327	.7673
470	.4721	.5279
480	.7252	.2748
490	.8933	.1067
510	.8933	.1067
520	.7252	.2748
530	.4721	.5279
540	.2327	.7673
550	.0808	.9192
560	.0192	.9808

การลด β และเพิ่ม 1 - β

ขึ้นอยู่กับ

- ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการศึกษา
- ระดับนัยสำคัญที่ใช้ หรือขนาดความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ยอมรับได้ในการศึกษา

การลด β และเพิ่ม 1 - β

ผลกระทบจากขนาดตัวอย่าง

$H_0 : \mu = 500$

$H_1 : \mu \neq 500$

$\sigma = 150$

ที่ $\alpha = 0.05$

ค่า μ ที่ถูกต้อง	n	ค่า β	ค่า 1 - β
540	100	.2327	.7673
	200	.1498	.8502
	300	.1020	.8980
	400	.0712	.9288

การลด β และเพิ่ม 1 - β

ผลกระทบจากระดับนัยสำคัญ

$H_0 : \mu = 500$

$H_1 : \mu \neq 500$

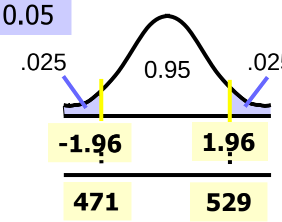
$\sigma = 150$

$n = 100$

ภายใต้ $H_0 : \mu = 500$ เป็นเท็จ

(สมมติ $\mu = 490$)

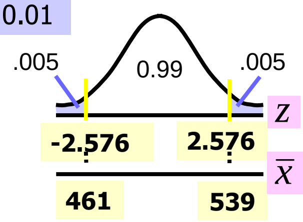
ที่ $\alpha = 0.05$

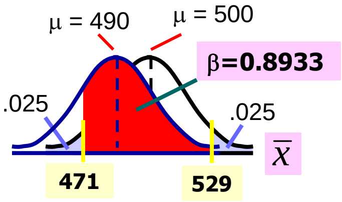


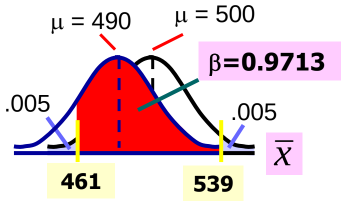
$Z = \frac{\bar{x}-500}{150/10}$

$\bar{x}$

ที่ $\alpha = 0.01$







การลด β และเพิ่ม 1 - β

ผลกระทบจาก ระดับนัยสำคัญ

$H_0 : \mu = 500$

$H_1 : \mu \neq 500$

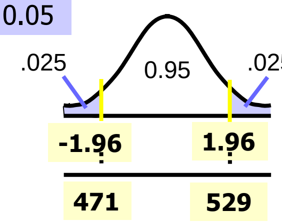
$\sigma = 150$

$n = 100$

ภายใต้ $H_0 : \mu = 500$ เป็นเท็จ

(สมมติ $\mu = 540$)

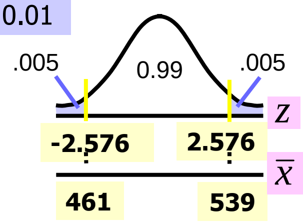
ที่ $\alpha = 0.05$

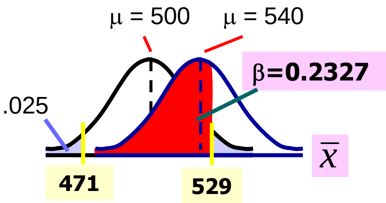


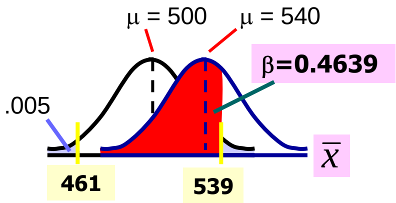
$Z = \frac{\bar{x}-500}{150/10}$

$\bar{x}$

ที่ $\alpha = 0.01$







การลด β และเพิ่ม $1 - \beta$

$H_0 : \mu = 500$

$H_1 : \mu \neq 500$

$\sigma = 150$

$n = 100$

ค่า μ ที่ถูกต้อง	α	ค่า β	ค่า $1 - \beta$
490	0.05	.8933	.1067
	0.02	.9501	.0499
	0.01	.9713	.0287
540	0.05	.2327	.7673
	0.02	.3667	.6333
	0.01	.4639	.5361

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative efficiency)

- เป็นดัชนีที่ใช้เปรียบเทียบระหว่างตัวสถิติ 2 ตัว
- พิจารณาจากขนาดตัวอย่างภายใต้ตัวสถิติแต่ละตัว ซึ่งจะให้ค่า α และ β ตามที่กำหนด
- เช่น กำหนด $\alpha = 0.05$ และ $\beta = 0.20$
  - ภายใต้ตัวสถิติ A $\Rightarrow$ ต้องใช้ขนาดตัวอย่าง n_A
  - ภายใต้ตัวสถิติ B $\Rightarrow$ ต้องใช้ขนาดตัวอย่าง n_B

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของ B เทียบกับ A คือ

$$\frac{n_A}{n_B} \times 100\%$$

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative efficiency)

- เช่น กำหนด α = 0.05 และ β = 0.20
  - ภายใต้ตัวสถิติ A $\Rightarrow$ ต้องใช้ขนาดตัวอย่าง n_A = 20
  - ภายใต้ตัวสถิติ B $\Rightarrow$ ต้องใช้ขนาดตัวอย่าง n_B = 25

  ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของ B เทียบกับ A คือ

$$\frac{n_A}{n_B}\times 100\% = \frac{20}{25}\times 100\% = 80\%$$

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์เมื่อใกล้อนันต์ (Asymptotic Relative Efficiency)

- เป็นดัชนีที่ใช้เปรียบเทียบระหว่างตัวสถิติ B เทียบกับ A เมื่อขนาดตัวอย่าง n_A เข้าใกล้อนันต์
- เมื่อขนาดตัวอย่าง n_A เข้าใกล้อนันต์ ย่อมให้ค่ากำลังในการทดสอบสูงที่สุด

  ประสิทธิภาพสัมพัทธ์เมื่อใกล้อนันต์ (ARE) ของ B เทียบกับ A คือ

$$\lim_{n_A\to\infty}\frac{n_A}{n_B}\times 100\%$$

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ระหว่างสถิติพาราเมตริกและนอนพาราเมตริก

- ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ระหว่าง
  - สถิตินอนพาราเมตริก – Wilcoxon test, Mann-Whitney test
  - สถิติพาราเมตริก – t-test

  พบว่า ARE = 95.5%

มาตรการวัด (Measurement Scales)

- ข้อมูลมาตรนามบัญญัติ
  - การทดสอบทวินาม, การทดสอบควอนไทล์, การทดสอบไคสแควร์
- ข้อมูลมาตรเรียงลำดับ
  - การทดสอบเกี่ยวกับอันดับ
- ข้อมูลมาตรอันตรภาค
- ข้อมูลมาตรอัตราส่วน