สถิตินอนพาราเมตริก และทบทวนความรู้

208348 : สถิตินอนพาราเมตริก

โดย ผศ. ดร. สุคนธ์ ประสิทธิ์วัฒนเสรี
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

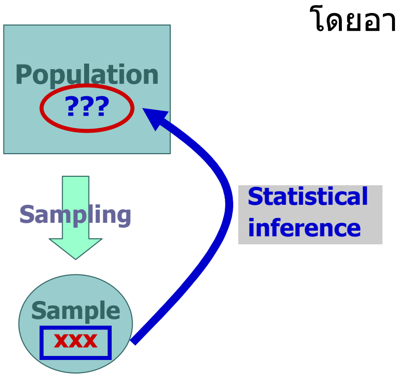
เนื้อหา

- ความหมายของสถิตินอนพาราเมตริก
- เมื่อใดควรใช้สถิตินอนพาราเมตริก
- ทบทวนความรู้
  - ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญและความหมาย
  - การเลือกตัวอย่าง
  - การทดสอบสมมติฐาน

ความหมายของ สถิตินอนพาราเมตริก

- **การอนุมานทางสถิติ (Statistical inference)**

เป้าหมาย : ต้องการสรุปลักษณะของประชากร โดยอาศัยลักษณะของตัวอย่าง

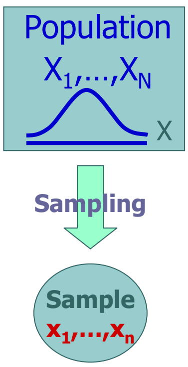


รูปแบบวิธี :
- การประมาณค่า
- การทดสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ :
- สถิติพาราเมตริก
- สถิตินอนพาราเมตริก

ความหมายของ สถิตินอนพาราเมตริก

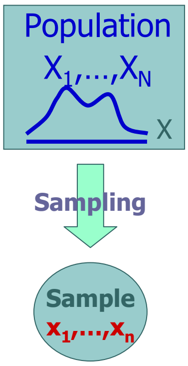
- สถิติพาราเมตริก (Parametric statistics)
  - ที่รู้จักกันดี
    - การอนุมานค่าเฉลี่ยปชก. : z – test, t – test
    - การอนุมานค่าสัดส่วนปชก. : z – test
    - การอนุมานค่าความแปรปรวนปชก. : F - test
  - ข้อกำหนดเบื้องต้นของสถิติพาราเมตริก (Assumption of parametric statistics)
    - ค่าสังเกตต้องเป็นอิสระกัน
    - ข้อมูลต้องมีการแจกแจงแบบปกติ
    - ข้อมูลต้องเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ



X = Quantiative variable

$x_1,\ldots,x_n$ independent

ความหมายของสถิตินอนพาราเมตริก

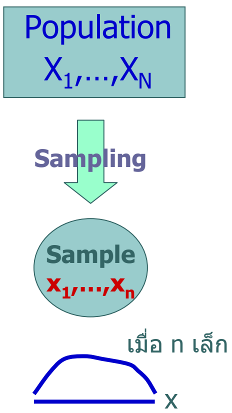


- สถิตินอนพาราเมตริก (Nonparametric statistics)
  - มีเงื่อนไขข้อกำหนดเบื้องต้นในการใช้งานน้อยกว่าสถิติพาราเมตริก
  - ไม่มีข้อกำหนดลักษณะการแจกแจงของข้อมูล (Distribution free)
  - สามารถใช้วิเคราะห์ข้อมูลคุณภาพได้
  - **ข้อกำหนดเบื้องต้นของสถิตินอนพาราเมตริก**
    - ค่าสังเกตต้องเป็นอิสระกัน

X = Quantiative/Qualitative v.

$x_1,\ldots,x_n$ independent

เมื่อใดควรใช้สถิตินอนพาราเมตริก



- เมื่อลักษณะการแจกแจงของข้อมูลไม่ชัดเจนว่ามีการแจกแจงแบบปกติ
  - โดยทั่วไปมักไม่ทราบลักษณะการแจกแจงของปชก. จึงต้องพิจารณาจากชุดตัวอย่างแทน หากชุดตัวอย่างมี**ขนาดเล็กมาก** มักพบว่าไม่มีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ
- เมื่อเป้าหมายเป็นการทดสอบเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของปชก.
- เมื่อข้อมูลเป็นข้อมูลคุณภาพ (ทั้งมาตรวัดนามบัญญัติหรือมาตรเรียงลำดับ)

ทบทวนความรู้

- ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญ และความหมาย
  - **ชนิดของสถิติศาสตร์**
    - สถิติเชิงพรรณนา (Descriptive statistics)
      เกี่ยวข้องกับการนำเสนอ การวิเคราะห์เบื้องต้น เพื่อสรุปลักษณะของข้อมูล
    - สถิติเชิงอนุมาน (Inferential statistics)
      เกี่ยวข้องกับการอาศัยลักษณะของกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มได้ผ่านกระบวนการต่าง ๆ เพือให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับประชากร
  - **การทดลองทางสถิติ**
    การกระทำใด ๆ เพื่อให้ได้ค่าสังเกตมา โดยกลุ่มของค่าสังเกตเรียกว่า ข้อมูล (Data)

ทบทวนความรู้

- ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญ และความหมาย
  - **ตัวคงที่ (Constant)**
    ค่าสังเกตในการทดลองแต่ละครั้งมีค่าเท่ากัน เรียกชุดค่าสังเกตนั้นว่า ตัวคงที่
  - **ตัวแปร (Variable)**
    ค่าสังเกตในการทดลองแต่ละครั้งมีค่าหลากหลาย เรียกชุดค่าสังเกตนั้นว่า ตัวแปร แบ่งเป็น
    - ตัวแปรปริมาณ (Quantitative variable)
    - ตัวแปรคุณภาพ (Qualitative variable)

ทบทวนความรู้

ค่าสังเกตจากการทดลอง n ครั้ง

$X_1, X_2, \ldots, X_n$

ถ้า $X_1,\ldots,X_n$ มีค่าเท่ากัน เรียก X ว่า ตัวคงที่

ถ้า $X_1,\ldots,X_n$ มีค่าหลากหลาย เรียก X ว่า ตัวแปร

ผลการสอบถามน.ศ. 10 คน ว่ามีรถยนต์ส่วนตัวหรือไม่

x_1 = มี, x_2 = ไม่มี, … , x_{10} = ไม่มี

$\Rightarrow$ เรียก X ว่า **ตัวแปรคุณภาพ**

ผลการสอบถามส่วนสูงของน.ศ. 10 คน

$x_1 = 170, x_2 = 180, \ldots, x_{10} = 150$

$\Rightarrow$ เรียก X ว่า **ตัวแปรปริมาณ**

ทบทวนความรู้

- **ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญ และความหมาย**
  - **มาตรวัดข้อมูล**
    - มาตรนามบัญญัติ (Norminal scale)
    - มาตรเรียงลำดับ (Ordinal scale)
    - มาตรอันตรภาค (Interval scale)
    - มาตรอัตราส่วน (Ratio scale)

คนที่	เพศ	อายุ (ปี)	คะแนนสอบ	ผลการเรียน
1	ชาย	20	30	ปานกลาง
2	หญิง	21	40	ดี
3	หญิง	19	50	ดีมาก

ทบทวนความรู้

- ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญ และความหมาย
  - **ตัวแปรสุ่ม (Random variable)**

    คือตัวแปรที่แทนค่าสังเกตที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองในรูปตัวเลข จำแนกเป็น
    - **ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (Discrete rv.)**
    - **ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (Continuous rv.)**

ทบทวนความรู้

ผลการสอบถามน.ศ. 10 คน ว่ามีรถยนต์ส่วนตัวหรือไม่

x_1 = มี, x_2 = ไม่มี, ... , x_{10} = ไม่มี

$\Rightarrow$ เรียก X ว่า **ตัวแปรคุณภาพ**

กำหนดให้ Y แทนจำนวนน.ศ.ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่มีรถยนต์ส่วนตัว

Y : 0, 1, 2, 3, ... , 10

$\Rightarrow$ เรียก Y ว่า **ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง**

ทบทวนความรู้

ผลการสอบถามส่วนสูงของน.ศ. 10 คน

$x_1 = 170, x_2 = 180, \ldots, x_{10} = 150$

$\Rightarrow$ เรียก X ว่า **ตัวแปรปริมาณ**

กำหนดให้ Y แทนความสูงของน.ศ. ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$0 < Y < 250$$

$\Rightarrow$ เรียก Y ว่า **ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง**

ทบทวนความรู้

- ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญ และความหมาย
  - **ประชากร (Population)**

    คือหน่วยทดลองทั้งหมดที่สนใจศึกษา จำแนกเป็น
    - **ประชากรจำกัด (Finite population)**

      คือประชากรที่มีขนาดอยู่ภายใต้ขอบเขตหนึ่ง ซึ่งสามารถแจงนับได้
    - **ประชากรไม่จำกัด (Infinite population)**

      คือประชากรที่มีขนาดซึ่งไม่สามารถแจงนับได้ครบถ้วน

ทบทวนความรู้

- ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญ และความหมาย
  - **ตัวอย่าง (Sample)**
    คือบางส่วนของประชากรที่ถูกเลือกมาศึกษาด้วยวิธีการต่าง ๆ ซึ่งมักถูกใช้เป็นตัวแทนของประชากร โดยขนาดตัวอย่างแทนด้วย n
  - หน่วยตัวอย่าง (Sample unit)
    คือหน่วยที่ให้ข้อมูล
  - หน่วยแจงนับ (Enumeration unit)
    คือหน่วยที่ถูกทำการเก็บรวบรวมข้อมูล
  - กรอบตัวอย่าง (Sampling Frame)
    คือบัญชีหน่วยตัวอย่างทั้งหมดของประชากรที่สนใจศึกษา

สนใจศึกษารายได้ต่อครัวเรือนใน จ.เชียงใหม่

↓

ตัวอย่าง : 180 ครัวเรือน

หน่วยตัวอย่าง : ครัวเรือน

หน่วยแจงนับ : หัวหน้าครัวเรือน

ทบทวนความรู้

- ศัพท์ทางสถิติที่สำคัญ และความหมาย
  - พารามิเตอร์ (Parameter)
    คือค่าที่แสดงคุณลักษณะของประชากร
  - ค่าสถิติ (Statistics)
    คือค่าที่แสดงคุณลักษณะของตัวอย่าง

ประชากร	→	ตัวอย่าง
ค่าเฉลี่ย (μ)= 30		ค่าเฉลี่ย ($\overline{X}$) = 20
ค่าความแปรปรวน (σ^2) = 12		ค่าความแปรปรวน (s^2) = 10
ค่าพารามิเตอร์		ค่าสถิติ

ทบทวนความรู้

- **การเลือกตัวอย่าง**
  - การเลือกโดยใช้หลักความน่าจะเป็น
    สามารถประมาณโอกาสที่แต่ละตัวอย่างจะถูกเลือก
    - การสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย
    - การสุ่มตัวอย่างแบบมีระบบ
    - การสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิ
    - การสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม
  - การเลือกโดยไม่ใช้หลักความน่าจะเป็น
    ไม่สามารถประมาณโอกาสที่แต่ละตัวอย่างจะถูกเลือก
    - Convenience sample

ทบทวนความรู้

- **Target population**
  ประชากรที่ต้องการใช้ผลการศึกษาที่ได้สรุปอ้างอิงถึง
- **Sample population**
  ประชากรที่ถูกใช้เพื่อการสุ่มเลือกตัวอย่าง

ทบทวนความรู้

- **การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis testing)**

  จุดมุ่งหมาย : เพื่อทำการทดสอบข้อสงสัยที่มีเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่สนใจ
- โดยมักสนใจทดสอบสมมติฐานค่าพารามิเตอร์
  - ค่าเฉลี่ย (μ)
  - ค่าความแปรปรวน (σ^2)
  - ค่าสัดส่วน (P)

การทดสอบสมมติฐาน

- **สมมติฐานทางสถิติ**

  คือข้อสันนิษฐานเกี่ยวกับลักษณะของประชากร 1 กลุ่มหรือหลายกลุ่ม ซึ่งอาจจะเป็น**จริง**หรือ**ไม่จริง**ก็ได้ ประกอบด้วย
  - **สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis), H_0**

    เป็นสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบพารามิเตอร์ ดังนั้นต้องระบุค่าที่**ชัดเจน**เกี่ยวกับพารามิเตอร์
  - **สมมติฐานทางเลือก (Alternative Hypothesis), H_1**

    เป็นสมมติฐานทางเลือกในกรณีที่ปฏิเสธ H_0

$H_0 : \mu = k$
$H_1 : \mu \neq k$

Two-tailed test

$H_0 : \mu = k$
$H_1 : \mu < k$

$H_0 : \mu = k$
$H_1 : \mu > k$

One-tailed test

การทดสอบสมมติฐาน

ลองเขียนสมมติฐานทางสถิติจากข้อสงสัยต่อไปนี้

- ถ่าน AA กระรอกบิน ใช้ได้นานเฉลี่ยเท่ากับ 300 นาทีจริงหรือไม่

ถ้าให้ μ แทนระยะเวลาเฉลี่ยของการใช้งานถ่าน AA

ข้อสงสัยในที่นี้คือ **μ = 300 ?**

สมมติฐานทางสถิติ

$H_0 : \mu = 300$

$H_1 : \mu \neq 300$

การทดสอบสมมติฐาน

ลองเขียนสมมติฐานทางสถิติจากข้อสงสัยต่อไปนี้

- ผู้ผลิต TV กล่าวว่า อายุการใช้งานเฉลี่ยของ TV รุ่นหนึ่งมากกว่า 8 ปี

ถ้าให้ μ แทนระยะเวลาเฉลี่ยของการใช้งาน

ข้อสงสัยในที่นี้คือ **μ > 8 ?**

สมมติฐานทางสถิติ

$H_0 : \mu \leq 8$ หรือ $\mu = 8$

$H_1 : \mu > 8$

การทดสอบสมมติฐาน

ลองเขียนสมมติฐานทางสถิติจากข้อสงสัยต่อไปนี้

- รถยนต์ยี่ห้อหนึ่งโฆษณาว่า ช่วยประหยัดน้ำมันมากกว่า โดยสามารถวิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยไม่น้อยกว่า 28 กม./ลิตร

ถ้าให้ μ แทนระยะทางเฉลี่ยต่อลิตร

ข้อสงสัยในที่นี้คือ $\mu \geq 28$?

สมมติฐานทางสถิติ

H_0 : $\mu \geq 28$ หรือ $\mu = 28$

H_1 : $\mu < 28$

การทดสอบสมมติฐาน

- ***สถิติทดสอบ (Test statistic)***

พิจารณาตัวสถิติทดสอบจากลักษณะการแจกแจงของค่าสถิติตัวอย่าง เช่น การแจกแจงค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

Sampling distribution	**สถิติทดสอบ**
$\bar{x} \sim N(\mu_{\bar{x}}, \sigma^2_{\bar{x}})$ (เมื่อทราบค่า σ^2 หรือ n $\geq$ 30)	$z = \frac{\bar{x}-\mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$
$\bar{x} \sim t$ (เมื่อ n < 30)	$t = \frac{\bar{x}-\mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$

การทดสอบสมมติฐาน

ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ

ทุก ๆ ครั้งในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ จะเป็นการทดสอบค่าพารามิเตอร์ภายใต้ H_0 ซึ่งข้อสรุปที่เป็นไปได้มี 2 กรณี คือ

- ปฏิเสธ H_0 (Reject H_0)
- ไม่ปฏิเสธ H_0 (No reject H_0)

ผลจากการตัดสินใจดังกล่าว อาจเป็นการตัดสินใจที่ผิดพลาดได้ ทั้งนี้เพราะอาศัยข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างเป็นฐานในการตัดสินใจ

การทดสอบสมมติฐาน

ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ

การตัดสินใจ	สถานการณ์จริง	
	H_0 เป็นจริง	H_0 เป็นเท็จ
ยอมรับ H_0	✓	Type II error
ปฏิเสธ H_0	Type I error	✓

ดังนั้นในการตัดสินใจแต่ละครั้งจำเป็นต้องทำการควบคุมความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น (ที่มาของการกำหนดเกณฑ์ในการตัดสินใจ)

การทดสอบสมมติฐาน

Type I and Type II Errors

พิจารณากรณีต่อไปนี้

Population
10, 20, 30, 40, 50
mean = 30

Sample (n=2)
10, 20
mean = 15

- **กรณีที่ 1**

สมมติฐาน $H_0 : \mu = 30$ vs. $H_1 : \mu \neq 30$

การตัดสินใจ ปฏิเสธ H_0

(ทั้งนี้เพราะภายใต้ H_0 เชื่อว่า $\mu = 30$ แต่ $\overline{x} = 15$ แตกต่างกันเกินไป)

Type I error คือปฏิเสธ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 เป็นจริง

- **กรณีที่ 2**

สมมติฐาน $H_0 : \mu = 15$ vs. $H_1 : \mu \neq 15$

การตัดสินใจ ไม่ปฏิเสธ H_0

(ทั้งนี้เพราะภายใต้ H_0 เชื่อว่า $\mu = 15$ และ $\overline{x} = 15$ ใกล้เคียงกันมาก)

Type II error คือไม่ปฏิเสธ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 เป็นเท็จ

การทดสอบสมมติฐาน

- **Type I error = การปฏิเสธ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 เป็นจริง**

  ความน่าจะเป็นที่จะเกิด Type I error เรียกว่า **ระดับนัยสำคัญ (level of significance) ของการทดสอบ** → α (alpha)

- **Type II error = การไม่ปฏิเสธ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 เป็นเท็จ**

  ความน่าจะเป็นที่จะเกิด Type II error → β (beta)

  ค่า **(1 - β)** เรียกว่า **กำลังในการทดสอบ (power of test)**

โดยปกติ ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติมักกำหนด**ค่าระดับนัยสำคัญ (α)** ให้มีค่าน้อย ๆ นั่นคือต้องการให้โอกาสที่จะปฏิเสธ H_0 ที่เป็นจริงเกิดขึ้นน้อย ๆ

ที่นิยมใช้คือ **α = 0.10, α = 0.05, α = 0.01**

การทดสอบสมมติฐาน

อาณาเขตวิกฤต

เป็นช่วงที่บ่งบอกว่า H_0 ไม่น่าเป็นไปได้ หากค่าสถิติทดสอบตกอยู่ช่วงนี้ จึงควรทำการปฏิเสธ H_0

โดยกำหนดอาณาเขตวิกฤตมีพื้นที่ = α (เพื่อให้โอกาสในการปฏิเสธ H_0 นั้น จะเป็นการปฏิเสธ H_0 ที่เป็นจริงไม่เกิน α)

การทดสอบสมมติฐาน

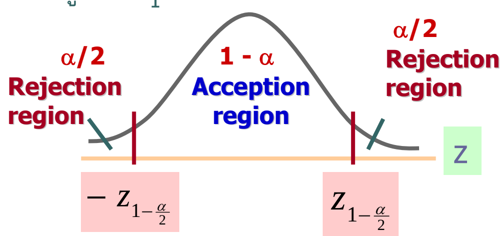
อาณาเขตวิกฤต

- **รูปแบบอาณาเขตวิกฤต** ขึ้นอยู่กับ H_1 และตัวสถิติทดสอบ

- การทดสอบแบบ 2 ทาง

$H_0 : \mu = k$

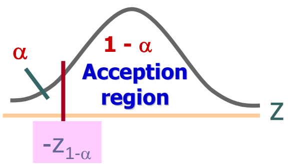
$\boxed{H_1 : \mu \neq k}$



- การทดสอบแบบทางเดียว

$H_0 : \mu = k$

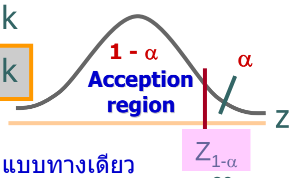
$\boxed{H_1 : \mu < k}$



การทดสอบแบบทางเดียวด้านน้อยหรือทางซ้ายมือ

$H_0 : \mu = k$

$\boxed{H_1 : \mu > k}$



การทดสอบแบบทางเดียวด้านมากหรือทางขวามือ

การทดสอบสมมติฐาน

- ***สรุปขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน***
  - กำหนดสมมติฐานทางสถิติ
  - เลือกตัวสถิติทดสอบ
  - กำหนดอาณาเขตวิกฤต ภายใต้ระดับนัยสำคัญ α
  - คำนวณค่าสถิติ
  - สรุปผลการทดสอบสมมติฐาน

ตัวอย่างที่ 1

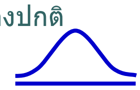
เป็นที่เชื่อกันว่าอายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงานแห่งหนึ่งมีค่าเป็น 1,500 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 160 ชั่วโมง โรงงานที่ผลิตหลอดไฟนี้ได้โฆษณาว่าอายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตได้จะมีค่าเฉลี่ยมากกว่า 1,500 ชั่วโมง หากทำการสุ่มตัวอย่างหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงานนี้ 64 หลอด พบว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ย 1,540 ชั่วโมง

จงทดสอบสมมุติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ต้องการให้ทำการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

ตัวอย่างที่ 1

สมมติให้ X มีการแจกแจงปกติ



Population → **อายุการใช้งานหลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานนี้ (X)**

Parameter : μ **= อายุใช้งานเฉลี่ย = ?**
σ **= 160**

สงสัยว่าอายุใช้งานเฉลี่ยไม่มากกว่า 1500 ชั่วโมง หรือไม่ (μ **>** 1500?)

<u>การทดสอบสมมติฐาน</u>

Sample → **n = 64**

Statistic : อายุการใช้งานเฉลี่ยของตัวอย่าง, $\bar{x}$ **= 1540**

ตัวอย่างที่ 1

โจทย์ $\sigma = 160$, $n = 64$, $\bar{x} = 1540$

<u>คำถาม</u> อายุการใช้งานเฉลี่ยไม่มากกว่า 1500?
ต้องการทดสอบ $\mu \le 1500$?

<u>สมมติฐานสถิติ</u> $H_0 : \mu \le 1500$
$H_1 : \mu > 1500$

<u>สถิติทดสอบ</u> ทราบ σ^2 และสมมติอายุการใช้งานมีการแจกแจงปกติ

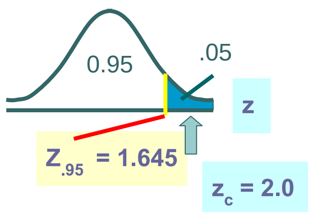
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

<u>คำนวณค่าสถิติทดสอบ</u>

$$z_c = \frac{1540 - 1500}{160/\sqrt{64}} = 2.0$$

<u>เขตวิกฤต</u> **z > 1.645**

$\alpha = .05$



<u>สรุปผล</u> $z_c > 1.645$ ดังนั้น **ปฏิเสธ H_0**

สรุปได้ว่าอายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟมีค่าเกินกว่า 1500 ชั่วโมงที่ $\alpha = 0.05$

ตัวอย่างที่ 2

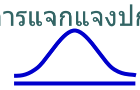
การทดลองปลูกข้าวโดยใช้พันธุ์ข้าว 2 ชนิด ๆ ละ 50 แปลง ในสภาพแวดล้อมเดียวกัน ปรากฏว่า

- ข้าวชนิดแรกให้ผลผลิตเฉลี่ย 78.3 ถัง
  ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.6 ถัง
- ในขณะที่ข้าวชนิดที่สองให้ผลผลิตเฉลี่ย 81.7 ถัง
  ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6.3 ถัง

จากข้อมูลนี้สามารถกล่าวได้หรือไม่ว่า โดยทั่วไปข้าวชนิดแรกจะให้ผลผลิตไม่น้อยกว่าชนิดที่ 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่างที่ 2

สมมติให้ X1 และ X2 มีการแจกแจงปกติ



Population1

ผลผลิตข้าว 1 (X1)

Parameter :

μ_1 = ผลผลิตเฉลี่ย = ?

σ_1 = ?

Sample1 → $n_1 = 50$

Statistic :

$\bar{x}_1 = 78.3$ $s_1 = 5.6$

Population2

ผลผลิตข้าว 2 (X2)

Parameter :

μ_2 = ผลผลิตเฉลี่ย = ?

σ_2 = ?

Sample2 → $n_2 = 50$

Statistic :

$\bar{x}_2 = 81.7$ $s_2 = 6.3$

สงสัยว่าข้าว1 ให้ผลผลิตไม่น้อยกว่าข้าว 2 ($\mu_1 < \mu 2$?)

การทดสอบสมมติฐาน

ตัวอย่างที่ 2

โจทย์ $n_1 = n_2 = 50$

$\bar{x}_1 = 78.3,\ s_1 = 5.6$

$\bar{x}_2 = 81.7,\ s_2 = 6.3$

คำถาม ผลผลิตจากข้าว 1 ไม่น้อยกว่าข้าว 2 ?

ต้องการทดสอบ $\mu_1 \geq \mu_2$?

สมมติฐานสถิติ $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

สถิติทดสอบ $n_1, n_2 > 30$

และสมมติผลผลิตข้าวมีการแจกแจงปกติ

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$z_c = -2.85$

เขตวิกฤต $z < -1.645$

$\alpha = .05$

$Z_{.05} = -1.645$

สรุปผล

$z_c < -1.645$ ดังนั้น **ปฏิเสธ H_0**

สรุปได้ว่าผลผลิตข้าว 1 น้อยกว่าข้าว 2 ที่ $\alpha = 0.05$

ตัวอย่างที่ 3

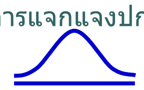
ในการสำรวจเกี่ยวกับสุขภาพของผู้หญิงและผู้ชายที่มีอายุ 40 ปีขึ้นไป ในเขตชุมชนแห่งหนึ่ง ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

	ผู้หญิง	ผู้ชาย
จำนวน (คน)	13	15
จำนวนครั้งโดยเฉลี่ยที่พบแพทย์ใน 1 ปี	6.8	5.3
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.8	1.6

ข้อมูลที่ได้ให้หลักฐานพอเพียงที่ชี้ว่า มีความแตกต่างระหว่างจำนวนครั้งโดยเฉลี่ยที่ไปพบแพทย์ของผู้หญิงและผู้ชายหรือไม่ จงทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.01

ตัวอย่างที่ 3

สมมติให้ X1 และ X2 มีการแจกแจงปกติ



Pop1 : หญิง

จน.ครั้งที่พบแพทย์ (X1)

Parameter :

μ_1 = จน.ครั้งเฉลี่ย = ?

σ_1 = ?

Sample1 → $n_1 = 13$

Statistic :

$\bar{x}_1 = 6.8$ $s_1 = 1.8$

Pop2 : ชาย

จน.ครั้งที่พบแพทย์ (X2)

Parameter :

μ_2 = จน.ครั้งเฉลี่ย = ?

σ_2 = ?

Sample2 → $n_2 = 15$

Statistic :

$\bar{x}_2 = 5.3$ $s_2 = 1.6$

สงสัยว่าจน.ครั้งเฉลี่ยที่พบแพทย์ของหญิงและชายแตกต่างกัน

($\mu_1 \neq \mu_2$?)

การทดสอบสมมติฐาน

ตัวอย่างที่ 3

โจทย์ $n_1=13, n_2=15$

$\bar{x}_1 = 6.8, s_1 = 1.8$

$\bar{x}_2 = 5.3, s_2 = 1.6$

คำถาม จน.ครั้งที่พบแพทย์ของหญิงและชายแตกต่างกัน ?

ต้องการทดสอบ $\mu_1 \neq \mu_2$?

สมมติฐานสถิติ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

สถิติทดสอบ $n_1, n_2 < 30$

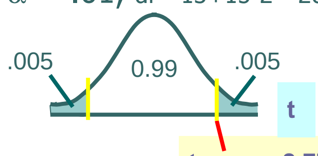
และสมมติความแปรปรวน 2 กลุ่มเท่ากัน

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$t_c = 2.34$

เขตวิกฤต **t < -2.779 หรือ t > 2.779**

$\alpha = .01$, df =13+15-2= 26



$t_{.975,26} = 2.779$

สรุปผล

$t_c < 2.779$ ดังนั้น ยอมรับ $\mathbf{H_0}$

ยังไม่มีหลักฐานเพียงพอจะสรุปว่าจน.ครั้งเฉลี่ยที่พบแพทย์ของหญิงและชายแตกต่างกัน

Significance Level and p-value

- **Significance Level, α**

  เป็นค่าที่กำหนดไว้ตั้งแต่ตอนเริ่มการศึกษา ถึงขนาดความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่สามารถยอมรับให้เกิดขึ้นได้ในการศึกษานั้น

- **p-value**

  ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่คำนวณได้จากค่าสถิติทดสอบ (หรือค่าที่สังเกตได้) ภายใต้สมมติฐานที่ใช้ทดสอบ

ดังนั้น หากค่า p-value < α ก็จะปฏิเสธ H_0

การคำนวณค่า p-value

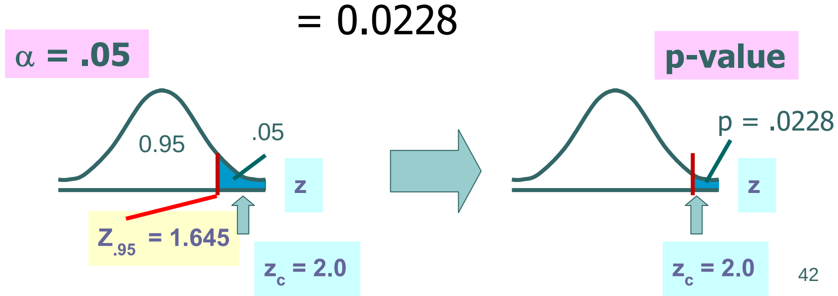
- จากตัวอย่างที่ 1

  $H_0 : \mu = 1500,\ H_1 : \mu > 1500$

  $z_c = 2.00$

  p-value $= P(z > z_c) = P(z > 2.00)$

  $= 0.0228$



การคำนวณค่า p-value

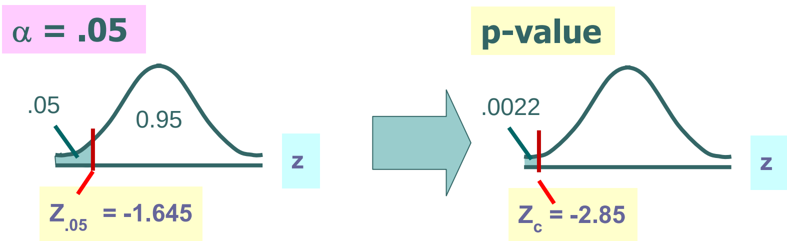
- จากตัวอย่างที่ 2

  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0,\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$

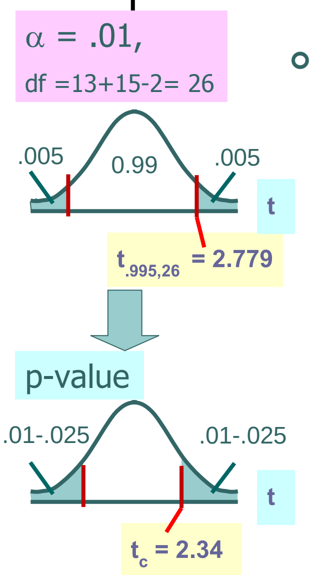
  $z_c = -2.85$

  p-value $= P(z < z_c) = P(z < -2.85)$

  $= 0.0022$



การคำนวณค่า p-value



- จากตัวอย่างที่ 3

  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0,\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

  $t_c = 2.34$, df = 26

  p-value $= 2P(t > t_c) = 2P(t > 2.34)$

  เนื่องจากการเปิดตาราง t ไม่สามารถหาค่าที่พอดีได้ จึงใช้ค่าใกล้เคียงแทน

  จากตาราง t (df=26) จะได้

  $P(t > 2.056) = 0.025$

  $P(t > 2.479) = 0.01$

  ดังนั้น $0.01 < P(t > 2.34) < 0.025$

  เพราะฉะนั้น $0.02 <$ p-value < 0.05